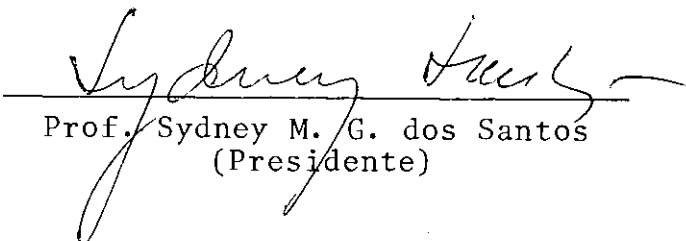


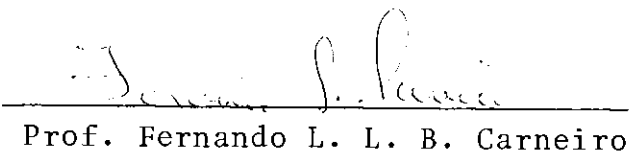
CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES EM ENTALHES-U

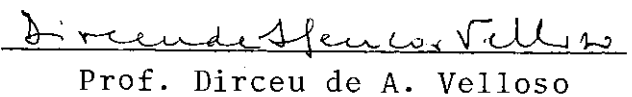
Roberto José de Medeiros

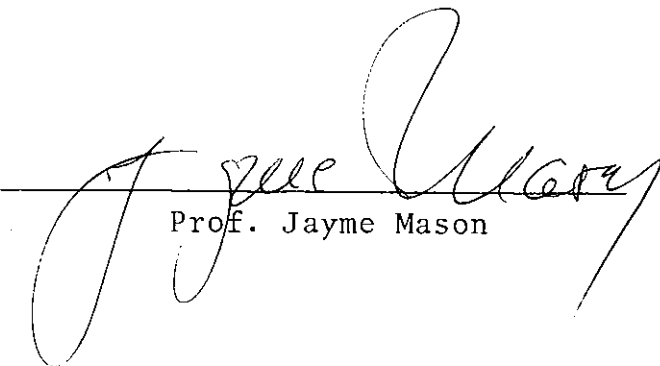
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.) EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:


Prof. Sydney M. G. dos Santos
(Presidente)


Prof. Fernando L. L. B. Carneiro


Prof. Dirceu de A. Velloso


Prof. Jayme Mason

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

ABRIL DE 1984

MEDEIROS, ROBERTO JOSÉ DE

Concentração de Tensões em Entalhes-U (Rio de Janeiro) 1984.

xv, 140 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M. Sc. Engenharia Civil, 1984).

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

1. Comportamento do Fator de Concentração de Tensões em Entalhes-U com o Aumento Gradativo de sua Profundidade.

I. COPPE/UFRJ

II. Título (Série)

AGRADECIMENTO E DEDICATÓRIA

Diversas pessoas, através de duas entidades educacionais, UFRN e COPPE/UFRJ, contribuíram bem de perto para a elaboração deste trabalho; outras, convivendo comigo no dia-a-dia, tomaram-se fontes de motivação e fortalecimento nos momentos difíceis. A vocês, o meu profundo agradecimento.

Pertence, porém, ao meu pai e a minha mãe, o esforço maior de criar, orientar e educar a mim, no decorrer dos anos.

A eles ...

Com gratidão e reconhecimento.

Resumo da Tese Apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M. Sc.)

CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES EM ENTALHES-U

Roberto José de Medeiros

Abril de 1984

Orientador: Sydney Martins Gomes dos Santos

Programa : Engenharia Civil

Com base em fórmulas empíricas extraídas da literatura especializada, estuda-se neste trabalho a variação do fator de concentração de tensões na raiz de entalhes-U, simetricamente dispostos nos bordos laterais de chapas delgadas submetidas à tração simples e flexão pura, com o aumento gradativo da profundidade desses entalhes.

Os resultados são apresentados através de tabelas convenientemente preparadas para este fim.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M. Sc.)

STRESS CONCENTRATION IN U-SHAPED NOTCHES

Roberto José de Medeiros

April, 1984

Chairman : Sydney Martins Gomes dos Santos

Department: Civil Engineering

The variation of the stress concentration factor in the root of U-shaped notches in thin plates with their increasing depth is studied on the basis of empirically derived formulae found in the literature on the subject.

It is considered that the plates are under in-plane loads causing simple tension or pure bending and the notches are arranged symmetrically along their edges.

The results are presented in several tables having a special format.

ÍNDICE GERAL

	Pág.
INTRODUÇÃO	1
 PARTE I - CONSIDERAÇÕES GERAIS	
<u>CAPÍTULO I - SÍNTESE DA TEORIA GERAL DE CONCENTRAÇÃO</u> <u>DE TENSÕES</u>	4
I.1 - Gradiente de Tensões e Concentração de Tensões . .	4
I.2 - Causas de Concentração de Tensões	5
I.3 - Quantificação da Concentração de Tensões e Métodos de Medição	7
I.4 - Fator de Concentração de Tensões	9
I.5 - Fator de Entalhe na Fadiga e Sensitividade ao Entalhe	14
I.6 - Consideração da Concentração de Tensões em Projetos	17
I.7 - Comentário Final: Formas de Redução da Concentra ção de Tensões	19
 <u>CAPÍTULO II - CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES EM ENTALHES -</u> <u>- TEORIA DE NEUBER</u>	22
II.1 - Introdução	22
II.2 - Teorias e Métodos para Avaliação da Concentração de Tensões em Entalhes	22

II.3 - Teoria de Neuber para as Tensões nos Entalhes. . .	25
II.3.1 - Resumo Histórico	25
II.3.2 - Conteúdo da Teoria Original de Neuber para Análise Bi-dimensional	26
II.3.3 - Limitações da Teoria de Neuber	30

PARTE II - ESTUDO DA CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES EM ENTALHES-U

<u>CAPÍTULO III - OS ENTALHES, A PEÇA CONSIDERADA E A ANÁLISE DO MATERIAL BÁSICO PARA ESSE ESTUDO . . .</u>	33
III.1 - Características dos Entalhes-U	33
III.2 - Objetivo Geral do Estudo dos Entalhes-U	34
III.3 - Elemento Estrutural Considerado	34
III.3.1 - O Elemento e suas Características Geométricas	34
III.3.2 - Expressões de Correlação entre os Parâmetros Geométricos da Peça para Cada Tipo de Entalhe-U	35
III.4 - Natureza das Solicitações sobre a Peça	39
III.5 - Material Utilizado	40
III.6 - Análise dos Ábacos Apresentados por Peterson . . .	40
III.6.1 - Análise dos Ábacos I e V	41

III.6.2 -Análise dos Ábacos II e IV; VI e VIII . .	48
III.6.3 -Análise dos Ábacos III e VII.	61
III.7 -Comentário sobre "A Note in Stress Concentration Factors for Symmetric U-Shaped Notches in Tension Strips" ¹⁰ 	70
III.7.1 - Observações Preliminares	70
III.7.2 - A Peça e sua Análise	70
III.7.3 - Resultados e Conclusões	73
III.8 -Comentário sobre "Comparison of Various Formulae and Experimental Stress-Concentration Factors for Symmetrical U-Notches Plates" ¹¹ 	75
III.8.1 - Observações Preliminares	75
III.8.2 - A Peça Analisada e as Fórmulas Empregadas .	75
III.8.3 - Resultados e Conclusões	78
<u>CAPÍTULO IV - DESENVOLVIMENTO DO NOSSO ESTUDO SOBRE</u> <u>CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES EM ENTALHES-U</u> . . .	80
IV.1 - Objetivo Específico do Nosso Estudo	80
IV.2 - Análise da Peça Tractionada	85
IV.2.1 - Procedimento Geral	85
IV.2.2 - Emprego das Fórmulas	88

IV.2.2.1 - F6rmula de Baratta e Neal	88
IV.2.2.2 - F6rmula de Neuber	89
IV.2.2.3 - F6rmula de Heywood	91
IV.2.3 - Coment6rio Final.	95
IV.3 - An6lise da Pe7a em Flex6o Pura	96
IV.3.1 - Procedimento Geral	96
IV.3.2 - Emprego das F6rmulas	98
IV.3.2.1 - F6rmula de Neuber	99
IV.3.2.2 - F6rmula de Heywood	100
IV.4 - Atribui76o de Valores aos Par6metros de nossa An6lise	101

PARTE III - RESULTADOS E CONCLUS6ES

<u>CAP6TULO V - PREPARA76O DE TABELAS</u>	104
V.1 - Introdu76o	104
V.2 - Coment6rio da Tabela Auxiliar N6 1	104
V.3 - Coment6rio da Tabela Auxiliar N6 2	105
V.4 - Coment6rio da Tabela Auxiliar N6 3	107
V.5 - Coment6rio da Tabela Auxiliar N6 4	110

ÍNDICE DE TABELAS E ÁBACOS

Pág.

TABELA AUXILIAR Nº 1 - Valores do t/D Correspondentes ao D/d das Curvas Cheias nos Ábacos II e VI; Valores do ℓ/D para o Entalhe Semicircular Nessas Curvas	116
TABELA AUXILIAR Nº 2 - Variação dos Valores de t/D e r/D em Cada Tipo de Entalhe, para o ℓ/D Fixado	117
TABELA AUXILIAR Nº 3 - Correlação Entre os Valores Atri- buídos a ℓ/D e t/D , e Valores Assumidos por D/d , r/D , r/d e t/r	118
TABELA AUXILIAR Nº 4 - Valores Disponíveis do K_{EXP-T} e K_{EXP-F} Dentro da Classe de Variação dos Parâmetros ℓ/D e t/D	120
TABELA AUXILIAR Nº 5 - Valores Assumidos por n , K_1 , K_{2-T} , K_{2-F} em Cada (ℓ/D , t/D) Considerado	121
TABELA PRINCIPAL - Valores dos Fatores de Concentração de Tensões K_{Ni-T} , K_{EXP-T} , K_{Ni-F} , K_{EXP-F} Correspondentes aos (ℓ/D , t/D) Considerados	124
TABELA DAS DIFERENÇAS PERCENTUAIS ENTRE OS VALORES DOS K_{Ni} e K_{EXP} CORRESPONDENTES	128

ABACO I - Stress Concentration Factor for a Tension Strip with Semi-Circular Edge Notches	130
ABACO II - Stress Concentration Factor, K_t for a Flat Tension Bar with Opposite U-Notches	131
ABACO III - Stress Concentration Factor, K_t for a Notched Flat Bar in Tension	132
ABACO IV - Stress Concentration Factor, K_t for a Flat Test Specimen in Tension	133
ABACO V - Stress Concentration Factor, K_t for Bending of a Flat Bar with Semi-Circular Edge Notches	134
ABACO VI - Stress Concentration Factor, K_t for Bending of a Flat Bar with Opposite U-Notches	135
ABACO VII - Stress Concentration Factor, K_t for a Notched Flat Bar in Bending	136
ABACO VIII - Stress Concentration Factor, K_t for a Flat Test Specimen in Bending	137

LISTA DE SÍMBOLOS

- d - largura líquida da peça
- D - largura total da peça
- h - espessura da peça
- K - fator de concentração de tensões normais
- K_{exp} - fator de concentração de tensões obtido por método experimental
- K_f - fator de redução da resistência à fadiga ou fator de entalhe na fadiga
- K_n - fator de concentração de tensões calculado com base na seção líquida da peça
- K_r - fator de concentração de tensões na ruptura ou fator de redução da resistência estática
- K_t - fator teórico de concentração de tensões
- K_{te} - fator de concentração de tensões para entalhe elíptico pouco profundo numa peça de largura semi-infinita
- K_{tf} - fator "estimado" de entalhe na fadiga
- K_{tg} - fator de concentração de tensões calculado com base na seção bruta da peça
- K_{th} - fator de concentração de tensões para entalhes hiperbólicos profundos numa peça de largura infinita

K_{tn} - vide K_n

K_1 - vide K_{te}

K_2 - vide K_{th}

K_{2-T} - fator de concentração de tensões para entalhes hiperbólicos profundos na peça de largura infinita, em tração simples

K_{2-F} - idem, para a peça em flexão pura

K_{EXP} - vide K_{exp}

K_{EXP-T} - valor experimental do fator de concentração de tensões para entalhes-U na chapa em tração simples

K_{EXP-F} - idem, para a chapa em flexão pura

K_N - vide K_n

K_{N1} - fator de concentração de tensões em entalhes-U obtido pela fórmula de Baratta e Neal

K_{N2} - fator de concentração de tensões em entalhes-U obtido pela fórmula de Neuber para peça de largura finita; fator "combinado" de concentração de tensões

K_{N2-T} - fator de concentração de tensões de Neuber para entalhes-U na chapa em tração simples

K_{N2-F} - idem, para a chapa em flexão pura

K_{N3} - fator de concentração de tensões em entalhes-U obtido pela fórmula de Heywood

- K_{N3-T} - fator de concentração de tensões de Heywood para entalhes-U na chapa em tração simples
- K_{N3-F} - idem, para a chapa em flexão pura
- ℓ - largura ou abertura do entalhe
- M - momento fletor aplicado no próprio plano da chapa
- n - número adimensional; expoente da expressão do K_{N3-T}
- P - força axial de tração aplicada à chapa
- q - índice de sensibilidade ao entalhe na fadiga
- r - raio na raiz do entalhe
- σ - tensão normal
- σ_1 - tensão normal que submete o ponto 1 da seção reta da peça
- σ_f - resistência à fadiga ou limite de fadiga da peça não-entalhada
- $\sigma_{m\acute{a}x}$ - tensão máxima real que se verifica sobre a peça entalhada, ocorrendo exatamente na raiz do entalhe
- $\sigma_n = \sigma_{nom}$ - tensão nominal na raiz do entalhe calculada com base na seção líquida da peça
- σ_{nf} - resistência à fadiga ou limite de fadiga da peça entalhada
- t - profundidade do entalhe

INTRODUÇÃO

Neste trabalho faz-se um estudo teórico sobre o tema escolhido, a partir de fórmulas colhidas na literatura especializada. Seu objetivo é verificar o comportamento do fator de concentração de tensões na raiz de entalhes-U, simetricamente dispostos nos bordos laterais de chapas delgadas submetidas à tração simples e flexão pura, com o aumento gradativo da profundidade desses entalhes.

Seis Capítulos o constituem, agrupados em três partes distintas.

Na PARTE I, que envolve os dois primeiros Capítulos, são dadas as noções básicas indispensáveis ao entrosamento e entendimento do assunto.

A PARTE II, também formada de dois Capítulos, apresenta o material pesquisado e o procedimento obedecido durante a preparação do trabalho.

A PARTE III, onde se apresentam os resultados e conclusões do estudo feito, consiste principalmente na preparação de tabelas e indicação das peculiaridades que nelas se observam.

Como ficará posteriormente evidenciado, os estudos já desenvolvidos sobre este assunto não têm proporcionado uma análise da variação do fator de concentração de tensões nesse

tipo de entalhes, com o aumento gradativo de sua profundidade, numa peça única de tamanho inalterado, como o que aqui será feito.

PARTE I

CONSIDERAÇÕES GERAIS

CAPÍTULO I

SÍNTESE DA TEORIA GERAL DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES

Mesmo em síntese, a teoria completa de Concentração de Tensões constitui-se um verdadeiro tratado e não será isto que exporemos aqui. Limitar-nos-emos a apresentar apenas os conceitos básicos indispensáveis ao entrosamento com o assunto: seu significado e ocorrência, sua quantificação e métodos de medição, sua consideração em projetos, etc, de há muito já formulados.

I.1 - GRADIENTE DE TENSÕES E CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES

As fórmulas para determinação das tensões em elementos estruturais simples ou peças de máquinas são baseadas na hipótese de que a distribuição de tensões elásticas na seção transversal de uma peça pode ser expressa por uma lei ou equação matemática de forma relativamente simples, podendo apresentar-se nominalmente uniforme como acontece numa peça em tração axial, ou podendo variar de alguma maneira regular como é o caso da distribuição linear das tensões na flexão.

Ocorre, às vezes, que a suposta regularidade na distribuição de tensões ao longo de uma dimensão considerada sobre uma seção de uma peça é interrompida por aumentos súbitos na tensão, causados por condições extras ou alguma descontinuidade que proporciona às tensões valores maiores que os obtidos pelas equações comuns da Mecânica dos Materiais. Nestes casos,

o conceito de "Gradiente de Tensões", representado pela relação $\Delta\sigma/\Delta d$ que exprime a variação $\Delta\sigma$ da tensão ao longo de um elemento Δd de sua dimensão, torna-se extremamente importante para indicar o aumento da tensão junto à descontinuidade causadora.

Quando a variação é abrupta, de modo que dentro de uma curtíssima distância a intensidade da tensão aumenta grandemente, o gradiente de tensões correspondente assume valores elevadíssimos, as tensões são ditas Tensões Muito Localizadas e a situação é descrita como "Concentração de Tensões".

Em face do exposto, poder-se-ia então resumir: a concentração de tensões é uma *elevação localizada de tensões* que pode ocorrer numa peça estrutural em consequência de uma causa extra que intencional ou casualmente a peça apresenta num dado local.

Ressalte-se que neste assunto não é obviamente sólida e segura a linha de demarcação entre a variação rápida de tensões produzida por uma causa de concentração de tensões e a variação que ocorre em peças tais como vigas agudamente curvas; porém, de um modo geral, o termo concentração de tensões encerra de certa forma irregularidade não inerente à peça como tal, mas accidental ou introduzida por algum propósito especial.

I.2 - CAUSAS DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES

As condições que podem tornar a tensão em um ponto numa peça simples, radicalmente diferente do valor calculado a partir de fórmulas comuns incluem causas do tipo:

- a) Modificações abruptas na seção tais como ocorre nas raízes das roscas de um parafuso; na base de um dente numa engrenagem; numa seção de uma placa ou viga contendo um furo; no canto de um rasgo de chaveta em um eixo;
- b) Pressão nos pontos de aplicação de forças externas como, por exemplo, em blocos de sustentação junto às extremidades de uma viga; nos pontos de contato das rodas de uma locomotiva e o trilho; nos pontos de contato de dentes de engrenagens ou de rolamentos esféricos nos canaletes;
- c) Descontinuidades no próprio material, tais como, inclusões não-metálicas no aço; bolhas de ar no concreto; nós e fendas na madeira; ou variações na resistência e rigidez dos elementos componentes desse material, tais como, dos grãos cristalinos no aço; das fibras na madeira; dos componentes no concreto;
- d) Tensões iniciais numa peça que resultam, por exemplo, do excesso de esforço e trabalho a frio de metais durante a montagem ou fabricação até tratamento térmico de metais; da retração em peças fundidas e no concreto; ou tensões residuais resultantes de operações de soldagem;
- e) Fendas existentes na peça que podem ter resultado da própria fabricação como, por exemplo, de uma soldagem, de trabalho a frio, de esmerilhamento, ou de outras causas.

Em resumo: os casos de concentração de tensões são usualmente devidos a irregularidades de forma no local, descontinuidade ou mudança em uma seção tais como pequenos furos, roscas para parafuso, entalhes, ranhuras, ou devidos a defeitos superficiais como arranhões e rasgos de chaveta podendo, pois, resultar de situações como as descritas nos itens (a), (c) e (e) anteriores.

I.3 - QUANTIFICAÇÃO DA CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES E MÉTODOS DE MEDIÇÃO

A intensidade máxima da tensão elástica produzida pelas causas mais comuns de concentração de tensões pode ser determinada por métodos analíticos ou experimentais, e é geralmente expressa por um valor adimensional chamado Fator de Concentração de Tensões, a ser tratado no item seguinte.

Em muitos casos, particularmente naqueles em que a tensão é altamente localizada, uma análise matemática torna-se difícil ou mesmo impraticável e, então, métodos mecânicos ou experimentais de análise de tensões precisam ser usados.

A solução para os valores dessas tensões máximas através da Teoria da Elasticidade, quando aplicada a peças com descontinuidades ou outras causas de concentração conhecidas, conduz em geral a equações diferenciais que são difíceis de resolver. Porém, o método da Elasticidade tem sido usado com sucesso para analisar concentrações de tensões em peças que contêm variações de seções tais como um furo circular em uma chapa larga (Vide [9]). Além do mais, o uso de métodos numéricos tem

conduzido a soluções com aproximações excelentes para uma extensa classe de problemas de concentração de tensões.

Como citado anteriormente, métodos experimentais de determinação de concentrações de tensões podem também evidenciar-se de valor em casos para os quais a Teoria da Elasticidade torna-se excessivamente difícil de aplicar. Alguns métodos experimentais, porém, são fundamentalmente métodos mecânicos de resolução da equação obtida para a tensão a partir da análise pela Elasticidade; os três primeiros da lista de métodos apresentada no parágrafo seguinte, por exemplo, tendem a dar valores comparáveis com os do método da Elasticidade. Do mesmo modo, o método da deformação elástica ("strain gage") quando faz uso de uma base de medição muito pequena sobre a qual a deformação é medida com alta precisão, dá valores de concentração de tensões rigorosamente aproximados dos valores da Elasticidade. Nos outros métodos mencionados, as propriedades dos materiais empregados nos modelos usualmente influenciam a concentração de tensões obtida, causando valores um tanto menores que os valores da Elasticidade.

Os nomes de alguns métodos experimentais comunente usados são:

- 1) Fotoelástico (luz polarizada);
- 2) Membrana elástica (película de sabão);
- 3) Analogia elétrica;
- 4) Deformação elástica ("strain gage");

- 5) Revestimento frágil;
- 6) Material frágil (modelo em gesso);
- 7) Material dúctil (linhas de Lüder);
- 8) Modelo de borracha;
- 9) Tensões repetidas.

Cada método experimental tem porém suas limitações, mas pelo menos um deles geralmente produz resultados úteis em uma dada situação.

I.4 - FATOR DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES

Conforme será visto adiante, o Fator de Concentração de Tensões é por definição um fator essencialmente teórico, uma vez que está baseado nas hipóteses usuais da Teoria da Elasticidade como Lei de Hooke, homogeneidade, etc. Constituindo-se de fundamental importância para pesquisadores e projetistas, esses fatores são determinados e tabelados pelos primeiros para as causas mais diversas de concentração de tensões, nos mais diferentes tipos de peças estruturais sob solicitações várias, e usados pelos segundos quando da elaboração de seus projetos.

Sua definição assim se expressa: o fator de concentração de tensões referente a uma determinada causa em algum ponto de uma peça solicitada é a razão entre a tensão que realmente submete este ponto de concentração e a tensão para ele obtida pelas fórmulas elementares da análise de tensões a partir

da peça sem a causa de concentração. Representado como é pelo símbolo K ou K_t , pode ser então escrito:

$$K = K_t = \frac{\text{Tensão real no ponto da peça onde ocorre a causa de concentração}}{\text{Tensão nominal ou tensão esperada neste ponto se não houvesse a causa de concentração}}$$

Muitas vezes não é fácil obter a tensão real no ponto da peça onde ocorre a causa de concentração e, por este motivo, uma outra forma de avaliar esse fator teórico de concentração de tensões correspondente a uma causa, seria:

$$K = K_r = \frac{\text{Módulo de ruptura da peça sem a causa de concentração de tensões}}{\text{Módulo de ruptura da peça contendo a causa de concentração de tensões}}$$

Sob este enfoque, ele é também denominado "fator de concentração de tensões na ruptura ou fator de redução da resistência estática" e é muito usado para representar a importância da concentração de tensões para cargas estáticas. Aqui ele se constitui numa medida do efeito de redução da resistência de uma peça sob carga estática, em consequência da causa de concentração de tensões por ela apresentada.

Para entalhes e ranhuras, dois fatores básicos K_t podem ser definidos: um fator K_{tg} , onde a tensão obtida para o ponto pelas fórmulas mais comuns da análise de tensões é calculada com base na seção bruta da peça, ou seja, considerando a

peça sem a causa de concentração de tensões, e outro fator K_{tn} , em que essa tensão obtida para o ponto de concentração é calculada a partir da seção líquida da peça, ou seja, considerando a peça sem a causa de concentração de tensões, mas com uma largura igual a de sua seção líquida. Melhores esclarecimentos poderão ser obtidos com a ilustração apresentada na Figura I.1 da página a seguir.

Observe-se que para a peça em tração simples, têm-se:

$$K_{tg} = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{\sigma} \quad \text{e} \quad K_{tn} = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{\sigma_n}$$

onde,

σ = tensão no ponto 1 com base na seção bruta;

σ_n = tensão no ponto 1 com base na seção líquida.

Para a peça em flexão pura, têm-se:

$$K_{tg} = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{\sigma_1} \quad \text{e} \quad K_{tn} = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{\sigma'_1}$$

onde,

σ_1 = tensão no ponto 1 com base na seção bruta;

σ'_1 = tensão no ponto 1 com base na seção líquida.

Uma vez que os cálculos de projeto são usualmente

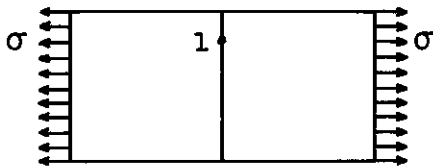
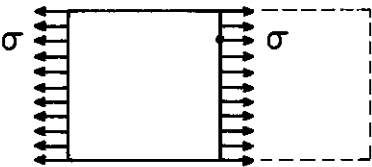
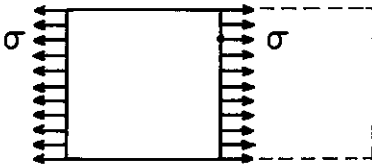
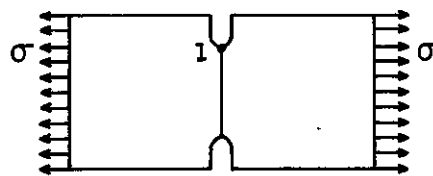
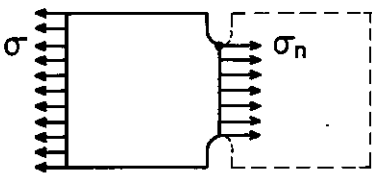
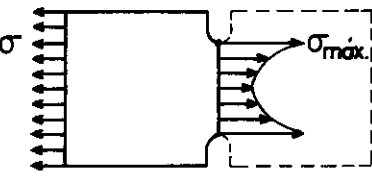
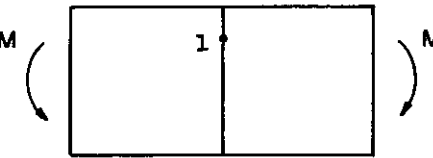
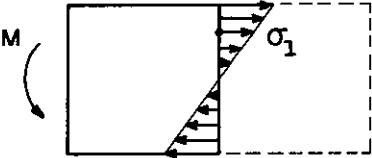
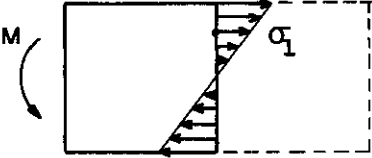
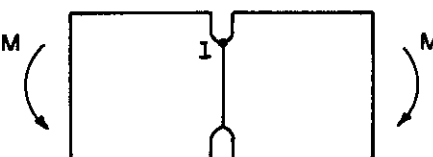
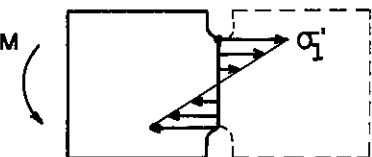
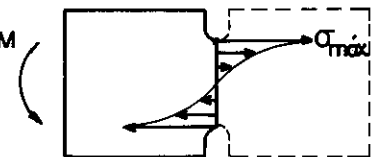
			DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES NA SEÇÃO ASSINALADA	
			Distribuição pelas fórmulas comuns	Distribuição real
PEÇA EM TRAÇÃO SIMPLES	Sem causa de concentração			
	Com causa de concentração			
PEÇA EM FLEXÃO PURA	Sem causa de concentração			
	Com causa de concentração			

FIG. I.1

baseados na seção crítica (seção líquida) onde $\sigma_{\text{máx}}$ é estabelecido, K_{tn} é geralmente o fator usado; e pelo fato de o fator de concentração de tensões ser de definição essencialmente teórica é comum dispensar-se o seu índice t e apresentá-lo unicamente sob a forma K_n . Assim será ele considerado em todo este trabalho.

Usados, como são, para indicar a intensidade da concentração de tensões correspondente a uma determinada causa, os fatores de concentração de tensões podem ser obtidos matematicamente ou experimentalmente através de certos meios como fotoelasticidade, strain gage, analogia de membrana ou analogia elétrica para a torção, e outros. Quando o trabalho experimental é conduzido com precisão suficiente, excelente concordância é obtida com os resultados matemáticos bem estabelecidos.

Em problemas práticos de concentrações de tensões, o estado real de tensões na vizinhança de irregularidades do tipo furos, entalhes ou fendas é quase sempre tri-dimensional e para tais situações complexas, poucas soluções analíticas completas existem. De fato, a maioria das soluções matemáticas para problemas de concentração de tensões são, quando muito, soluções bi-dimensionais aproximadas dos casos de tensões ou deformações planas. Por causa disto, os métodos experimentais de determinação de fatores de concentração de tensões são muitas vezes empregados para completar ou conferir prognósticos analíticos. Infelizmente, esses métodos experimentais são também limitados em precisão e principalmente em generalidade e, por este motivo, os fatores de concentração de tensões são usualmente de

terminados por vários métodos.

I.5 - FATOR DE ENTALHE NA FADIGA E SENSITIVIDADE AO ENTALHE

É para situações envolvendo fadiga que a concentração de tensões torna-se mais importante. Explicando melhor: em carregamento estático de materiais dúcteis, por exemplo, a tensão máxima num entalhe ou noutra descontinuidade normalmente causa grande escoamento nessa região, e a carga é transferida para outras partes da peça; a concentração de tensões é eliminada pelo escoamento e a tensão torna-se aproximadamente uniforme, apesar do entalhe. Sob tensões repetidas, porém, o escoamento é restrito a regiões muito menores e pouco pode fazer para compensar a distribuição de tensões; assim sendo, as concentrações de tensões nestes casos tendem a reter seu efeito integral.

Em geral, o ligeiro alívio dado através do escoamento local e o efeito de fortalecimento da alta taxa de deformação na raiz de um entalhe reduzem um pouco as concentrações de tensões de seus valores elásticos totais, mesmo na fadiga. Por este motivo, a eficiência real de uma concentração de tensões é avaliada pelo fator de redução da resistência à fadiga, K_f , também conhecido como "fator de entalhe na fadiga". Esse fator é definido como a razão entre a resistência à fadiga de uma peça sem nenhuma causa de concentração de tensões e a resistência à fadiga da mesma peça com a causa de concentração de tensões especificada; em se tratando de um entalhe, tem-se:

$$K_f = \frac{\sigma_f}{\sigma_{nf}} = \frac{\text{Limite de fadiga da peça não-entalhada}}{\text{Limite de fadiga da peça entalhada}}$$

Comumente determinado por ensaio, K_f , é quase sempre menor que K_t . Diversas variáveis influenciam o seu valor, destacando-se entre elas: o material da peça (tipo, resistência e tratamento prévio); a natureza da descontinuidade (forma geométrica, tamanho total e dimensões críticas); a grandeza das tensões cíclicas; e o tempo de duração dos ciclos. Conseqüentemente, todas essas variáveis deveriam ser especificadas na obtenção e divulgação de um valor para K_f .

Vários métodos (Vide [4]) para avaliação de K_f a partir de K_t têm sido propostos; o mais difundido dentre eles é a correlação sugerida por R. E. Peterson mediante a equação:

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad (I.1)$$

onde q é conhecido como "índice de sensibilidade ao entalhe na fadiga". O termo "sensibilidade ao entalhe" caracteriza o fato de que o efeito de um entalhe na resistência à fadiga de uma peça varia consideravelmente com o material e a geometria do entalhe sendo, como já foi citado antes, usualmente menor que o efeito predito pelo fator teórico de concentração estática de tensões. Representada pelo índice " q ", a sensibilidade ao entalhe pode ser considerada como uma medida do grau para o qual o efeito teórico é obtido. A partir de sua expressão, vê-se que ela varia desde $q = 0$ ou nenhum efeito do entalhe (quando $\sigma_{nf} = \sigma_f$

e $K_f=1$) até $q=1$ ou efeito teórico completo (quando $K_f = K_t$).

A sensibilidade ao entalhe na fadiga varia de material para material e em peças de um mesmo material depende também das dimensões geométricas do entalhe. Sendo o raio na raiz de um entalhe a mais crítica de suas características geométricas, pois é dele principalmente que depende a distribuição de tensões neste local, muitas expressões de correlação entre "q" e "r" têm sido propostas para avaliar o efeito da severidade dos entalhes na fadiga. Algumas são da forma

$$q = \frac{1}{1 + a/r^n} \quad (I.2)$$

onde,

a - é uma constante que depende não apenas do tipo de material mas também de sua resistência à tração e tratamento térmico;

n - é qualquer um dos valores 1 ou 1/2.

As relações "q versus r" são geralmente obtidas a partir das formulações para K_f , e podem ser encontradas na literatura (Refs. 61-65 de [1]). Todas elas produzem resultados aceitáveis para fins de projeto, não devendo porém ser esquecida a sua natureza aproximada.

Quando gráficos ou equações de "q versus r" são encontrados, o valor de K_f pode ser calculado a partir da Equação (I.1) apresentada sob a forma

$$K_{tf} = q (K_t - 1) + 1 \quad (I.3)$$

na qual ele é indicado por K_{tf} e considerado um fator "estimado" de entalhe na fadiga.

Onde não existem dados de q , como por exemplo, para materiais recentemente desenvolvidos, é sugerido que o fator teórico completo K_t seja empregado. Com este procedimento, $K_f = K_t$ e $q = 1$, o erro estará no lado da segurança.

I.6 - CONSIDERAÇÃO DA CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES EM PROJETOS

A consideração da concentração de tensões em projeto faz-se mediante a incidência do fator de concentração de tensões característico da situação apresentada, sobre a expressão ou parcelas da expressão de dimensionamento da peça. Esses fatores os projetistas quase sempre os obtêm a partir de tabelas ou gráficos que já existem preparados para diversas discontinuidades padrões como entalhes, furos e filetes; e para causas de concentração de tensões com formas especiais, eles podem ser determinados por ensaios experimentais.

A mais completa e singular fonte de informação para valores numéricos dos fatores de concentração de tensões é R. E. Peterson [1]. No Capítulo primeiro deste seu livro, também podem ser vistas importantes e detalhadas relações de projeto, considerando ou não a influência da concentração de tensões, para os principais tipos de materiais em condições várias de solicitação.

O fato é que a importância prática da concentração de tensões depende das circunstâncias e, embora haja exceções, o efeito da severidade de uma concentração de tensões tem sido característica principalmente do comportamento elástico das peças. Na plasticidade, entretanto, praticamente não se considera o efeito das concentrações de tensões uma vez que o resíduo plástico do escoamento que ocorre com frequência nos excessos de tensão alivia a concentração e causa pequena influência na sua resistência à ruptura.

Ressalte-se ainda que para a consideração ou não da concentração de tensões no dimensionamento de uma peça influem também a natureza da solicitação a que ficará submetida e o tipo de material do qual se constitui.

Assim sendo, repetimos, para peças em comportamento elástico solicitadas por cargas estáticas, onde a concentração de tensões correspondente a uma determinada causa pode ser avaliada pelo fator K_r de redução da resistência estática, a consideração se torna indispensável quando a peça é constituída de material quebradiço, mas pode ser ignorada quando ela é feita de material dúctil; isto se faz porque as deformações apresentadas por estes materiais nos pontos de tensões excessivamente altas permitem a referida redistribuição das mesmas sem dano perceptível para o conjunto.

Para peças em comportamento elástico solicitadas por cargas repetidas, a concentração de tensões correspondente a uma determinada causa pode ser avaliada pelo fator de entalhe

na fadiga K_f . Este fator deve ser considerado no projeto independentemente da peça ser constituída de material frágil ou de material dúctil, pois a ductilidade de um material não isenta a possibilidade de concentração de tensões na fadiga; em outras palavras: a ductilidade de um material não isenta a possibilidade de concentração de tensões quando a peça dele constituída trabalha submetida a cargas repetidas.

Os detalhes sobre a incidência ou aplicação do fator de concentração de tensões na expressão de dimensionamento das peças foram aqui omitidos, uma vez que dependem do critério adotado para tal dimensionamento; podem ser encontrados no próprio livro de Peterson [1] ou em outras referências citadas ([3] e [7]).

I.7 - COMENTÁRIO FINAL: FORMAS DE REDUÇÃO DA CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES

As concentrações de tensões são inegavelmente uma fonte importante de deterioração de peças estruturais, principalmente quando essas peças, trabalhando a solicitações repetidas, são susceptíveis à ocorrência de fadiga; assim sendo, elas deveriam ser mantidas tão pequenas quanto possível.

É evidente que algumas modificações em seções de peças estruturais são sempre necessárias em determinados projetos e quando essas modificações ocorrem sob a forma de cantos penetrantes, por exemplo, a concentração de tensões junto delas torna-se bem agravada. Nestes casos, uma suavização do canto penetrante certamente diminuiria a intensidade dessa concen

tração.

Há situações, porém, dependendo da causa de concentração, que uma redução de sua intensidade pode ser obtida mediante a abertura de furos, ranhuras ou entalhes tidos como aliviadores, que ajudam a distribuir as tensões mais uniformemente nas proximidades dessa causa. É o que ocorre, por exemplo com:

- A abertura de duas ranhuras de menor profundidade ladeando uma ranhura simples já existente numa peça; reduz bastante a concentração de tensões nessa região da peça;
- A abertura de duas ranhuras anelares ladeando um furo radial numa peça maciça de seção transversal circular; reduz a concentração de tensões devido a esse furo radial na peça;
- A abertura de dois pequenos furos nas extremidades de uma fenda perpendicular à direção de solicitação de uma chapa por cargas axiais repetidas, que serve para deter o crescimento dessa fenda exatamente por redistribuir as tensões, reduzindo a concentração de tensões nesses pontos.

Justamente por isso, as concentrações de tensões provocadas por entalhes múltiplos são menores que as concentrações de tensões, nos casos de um entalhe único de mesma geometria.

CAPÍTULO II

CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES EM ENTALHES - TEORIA DE NEUBER

II.1 - INTRODUÇÃO

Sabe-se que a medição das concentrações de tensões em entalhes é de considerável importância para aplicações bem sucedidas em projetos práticos, uma vez que as falhas mecânicas de peças em engenharia são freqüentemente devidas a fraturas que se iniciam na raiz de algum entalhe. Este fato é quase sempre esperado porque a raiz de um entalhe constitui-se numa região criticamente solicitada, possuindo uma tensão máxima consideravelmente maior que em outras regiões. Além do mais, as tensões neste local são muito sensíveis a pequenas variações no contorno do entalhe, de modo que uma variação pequena mas exigente na sua forma pode resultar num melhoramento substancial para a resistência da peça.

O interesse, pois, pelo conhecimento quantitativo preciso dos fatores de concentração de tensões em entalhes de bordo tem motivado muitos estudos experimentais e analíticos nesta área, alguns dos quais comentaremos a seguir.

II.2 - TEORIAS E MÉTODOS PARA AVALIAÇÃO DA CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES EM ENTALHES

De acordo com a forma geométrica do seu contorno, os entalhes podem ser classificados em alguns tipos específicos

dentre os quais os mais referenciados são: entalhes semi-elípticos, entalhes hiperbólicos, entalhes semicirculares, entalhes em U e entalhes em V.

Cada um desses tipos de entalhe, considerado sobre uma categoria particular de peça estrutural ou de máquina, submetida a uma solicitação dada, tem-se constituído objeto de investigação por muitos pesquisadores no que concerne à análise da concentração de tensões por eles causada, a partir de métodos experimentais como a fotoelasticidade, por exemplo, ou de métodos analíticos. Impossível seria enumerar todos os trabalhos publicados sobre concentração de tensões em entalhes, mas um excelente resumo dos resultados das pesquisas mais importantes pode ser encontrado no Capítulo segundo do Livro de Peterson ^[1] ou no capítulo sexto do Livro de Heywood ^[3].

Dentre os métodos experimentais para análise de tensões em peças entalhadas, a fotoelasticidade tem-se apresentado de grande eficiência dada a sua capacidade de produzir resultados com alto grau de precisão em um tempo bastante curto. Esta afirmação também se justifica a partir da enorme quantidade de "papers" sobre fotoelasticidade nos quais o efeito da elevação das tensões nos entalhes é discutido e, para evidenciar ainda mais a perfeita intimidade entre o estudo experimental da concentração de tensões em entalhes e o método fotoelástico, vejamos o seguinte:

Tem sido desenvolvido um novo processo, usando uma fonte de concentração de tensões conhecida (fonte de auto-

-calibração) em série com uma causa de concentração de tensões desconhecida, para aperfeiçoar o método fotoelástico de medição de fatores de concentração de tensões em peças bi-dimensionais, mediante a eliminação de praticamente todos os erros devido aos efeitos de bordo, aos processos de extrapolação e outras fontes de perturbação. O interessante é que durante essa investigação, os pesquisadores (Vide ^[15] e ^[16]) utilizaram como peça básica para a realização dos seus testes uma barra em tração axial com dois entalhes em U (fonte desconhecida), simetricamente dispostos nos seus bordos laterais, contendo um furo circular (fonte conhecida) em série com a seção entalhada. Percebe-se daí que até mesmo uma inovação que se pretende fazer para o aperfeiçoamento do método fotoelástico na análise de concentração de tensões é posta à prova com a utilização de peças entalhadas, ficando portanto delineada a eficiência dele para com essas mesmas peças.

Em poderosos e difíceis cálculos incorrem os métodos analíticos para obtenção rigorosa da distribuição de tensões nas peças com entalhes. Como exemplo, podemos citar os estudos desenvolvidos por Chih-Bing Ling ^[13] e M. Isida visando a determinação de uma solução analítica exata para o problema da concentração de tensões numa chapa infinita em tração axial ou flexão pura, contendo entalhes semicirculares nos seus bordos laterais.

Ante a dificuldade de aplicação desses métodos analíticos precisos, muitos pesquisadores são motivados a simplificar o estudo mediante a formulação de expressões empíricas que se baseiam em dados experimentais obtidos por eles próprios

e por outros investigadores. Essas expressões só se aplicam geralmente a uma determinada classe de valores dos parâmetros característicos da situação em análise. Para o caso dos entalhes, por exemplo, merecem destaque as formulações empíricas apresentadas por Neuber e Heywood; a respeito do primeiro escreveremos todo o item seguinte e, com relação ao segundo, consulte-se o capítulo sexto do Livro *Designing by Photoelasticity* [3] onde se acha descrito todo o procedimento por ele obedecido quando da preparação de sua "fórmula empírica para concentração de tensões".

II.3 - TEORIA DE NEUBER PARA AS TENSÕES NOS ENTALHES

II.3.1 - Resumo Histórico

Os testes fotoelásticos para análise de tensões em peças estruturais já eram amplamente difundidos quando Neuber apresentou a sua teoria para cálculo das tensões nos entalhes. Esse trabalho proporcionou na época uma valiosa contribuição para o assunto pois, não apenas o procedimento matemático revelou novos métodos de aproximação para outros problemas de engenharia como também, os resultados por si mesmos foram de considerável importância na comparação com os valores experimentais disponíveis.

A teoria original fornece relações de tensões para peças entalhadas bi e tri-dimensionais, estando as primeiras solicitadas por tração simples ou flexão pura e as últimas, por tração simples, flexão pura ou torção. Ela foi publicada na íntegra através do

seu livro Kerbspannungslehre (Vide [2]), editado em 1938 e 1958 e traduzido para o inglês sob o título Theory of Notch Stress, em 1941 e 1961, respectivamente.

Em 1965, uma reportagem técnica preparada pelo próprio Neuber e publicada sob o título Notch Stress Theory (V. [10]) apresentou expressões modificadas para cálculo do fator de concentração de tensões em peças entalhadas que conduziam a resultados mais próximos dos valores experimentais. O curioso sobre esse trabalho é que ele permaneceu sob sigilo até 1977, quando foi então liberado.

II.3.2 - Conteúdo da Teoria Original de Neuber para Análise Bi-Dimensional

No livro mais antigo (Vide [2], Apêndice A), o método de Neuber para análise bi-dimensional é referenciado a uma chapa infinita de largura finita com entalhes opostos e únicos, solicitada à tração simples e flexão pura.

Fazendo as suposições usuais de um material homogêneo e isotrópico ideal e, aplicando a teoria clássica da Elasticidade, Neuber determinou os fatores de concentração de tensões para dois casos limites que exporemos a seguir:

1º CASO:

Entalhe elíptico pouco profundo, numa peça infinita de largura semi-infinita, conforme Figura II.1, onde o fator

de concentração de tensões K_{te} significando a razão entre a tensão máxima σ_1 na raiz do entalhe e a tensão σ que ocorreria nesse ponto se tal entalhe não existisse, é dado tanto para a tração como para a flexão pura, pela expressão:

$$K_{te} = \frac{\sigma_1}{\sigma} = 1 + 2 \sqrt{t/r} \quad (II.1)$$

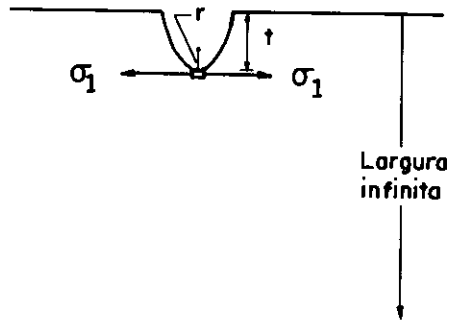


FIGURA II.1 - Entalhe Elíptico Pouco Profundo
(em Peça Infinita)

2º CASO:

Entalhe hiperbólico profundo, numa peça infinita de largura também infinita, como mostra a Figura II.2, onde o fator de concentração de tensões K_{th} significando a razão entre a tensão máxima σ_1 e a tensão nominal σ_{nom} neste ponto obtida pela teoria da Elasticidade, é dado para a tração e para a flexão pura, respectivamente pelas expressões:

$$\text{Tração} \rightarrow K_{th} = \frac{\sigma_1}{\sigma_{nom}} = \frac{2(a/r + 1) \sqrt{a/r}}{(a/r + 1) \tan^{-1} \sqrt{a/r} + \sqrt{a/r}} \quad (II.2)$$

onde,

$$\sigma_{\text{nom}} = P/2 a h$$

P = carga

h = espessura da peça

a = metade da largura mínima

$$\text{Flexão pura} \rightarrow K_{th} = \frac{\sigma_1}{\sigma_{\text{nom}}} = \frac{4 (a/r) \sqrt{a/r}}{3 [\sqrt{a/r} + (a/r - 1) \tan^{-1} \sqrt{a/r}]} \quad (\text{II.3})$$

onde,

$$\sigma_{\text{nom}} = 3 M/2 a^2 h$$

M = momento

h = espessura da peça

a = metade da largura mínima

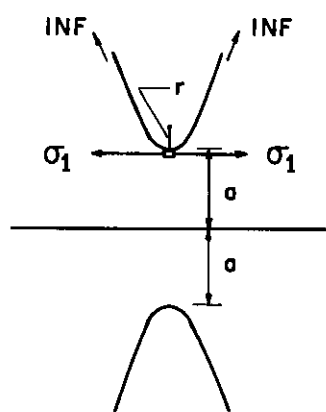


FIGURA II.2 - Entalhe Hiperbólico Profundo
(em Peça Infinita)

Para os entalhes de profundidade arbitrária e configuração intermediária entre esses dois casos limites e, situados além disso em peças de largura finita, Neuber propôs um fa-

tor de concentração de tensões K_t dado por uma relação simples de condições extremas corretas que se indica pela expressão:

$$\frac{1}{(K_t - 1)^2} = \frac{1}{(K_{te} - 1)^2} + \frac{1}{(K_{th} - 1)^2} \quad \text{ou} \quad K_t = 1 + \frac{(K_{te} - 1)(K_{th} - 1)}{\sqrt{(K_{te} - 1)^2 + (K_{th} - 1)^2}} \quad (\text{II.4})$$

Nesta e nas expressões anteriores do K_{te} e K_{th} que a fundamentam, os termos envolvidos possuem o seguinte significado:

K_{te} → fator de concentração de tensões para um entalhe elíptico pouco profundo (com o mesmo t/r do entalhe então considerado) numa peça semi-infinitamente larga.

K_{th} → fator de concentração de tensões para um entalhe hiperbólico profundo (com o mesmo r/d do entalhe então considerado) numa peça infinitamente larga.

t → profundidade do entalhe.

r → raio na raiz do entalhe (raio mínimo do contorno do entalhe).

$d=2a$ → largura mínima ou líquida da peça.

D → largura máxima ou total da peça de largura finita onde o entalhe de fator K_t está sendo considerado.

Uma vez que o uso do expoente 2 é arbitrário, a relação anterior não é de caráter exato. Também é importante observar que neste método de Neuber o contorno do entalhe é negligenciado e, apenas o raio na raiz, a largura líquida da peça e a profundidade dos entalhes são considerados na sua expressão.

II.3.3 - Limitações da Teoria de Neuber

A maior limitação de que se reveste essa teoria de Neuber para as tensões nos entalhes é a sua falta de restrições; ou seja, é o caráter geral e indiscriminado de aplicação com que se evidencia ante o completo descaso que faz da forma e condições do contorno do entalhe, e a não fixação para sua validade de uma classe específica de valores dos parâmetros por ela envolvidos.

Muitas divergências têm sido verificadas entre resultados por ela fornecidos e valores experimentais obtidos por outros pesquisadores para diversos casos analisados. Por causa disto e conforme a classe de valores dos parâmetros característicos do entalhe, expressões alternativas para cálculo do fator de concentração de tensões, baseadas mesmo num processo de limitação dessa solução de Neuber, têm sido sugeridas ^[17].

Segundo Peterson ^[1], para entalhes muito profundos ou pouco profundos que se caracterizam por uma condição extrema tal como um r/d muito grande ou muito pequeno, a solução de Neuber além de ser o único meio de se obter um fator usá

vel, fornece resultados aceitáveis. Porém, para entalhes intermediários com valor de d/D em torno de $1/2$ por exemplo, a aproximação de Neuber proporciona valores do K_t bem menores que os experimentais, não sendo de uso aconselhável. Valores mais exatos têm sido obtidos por outros métodos, para essas classes de parâmetros mais usadas.

Enfim, quando mais e mais se tentam aperfeiçoar os métodos de avaliação e análise de tensões de modo a se ter uma idéia real do comportamento dessas tensões junto ao contorno ou bordo dos entalhes, parece lógico que a Teoria de Neuber ignorando completamente esse contorno assuma uma posição cada vez mais distanciada dos resultados obtidos.

PARTE II

ESTUDO DA CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES EM ENTALHES - U

CAPÍTULO III

OS ENTALHES, A PEÇA CONSIDERADA E A ANÁLISE DO MATERIAL BÁSICO PARA ESSE ESTUDO

III.1 - CARACTERÍSTICAS DOS ENTALHES - U

Um entalhe-U propriamente dito (Figura III.1) é constituído de flancos paralelos que concordam na sua base ou raiz por meio de um arco semicircular de diâmetro igual a sua largura.

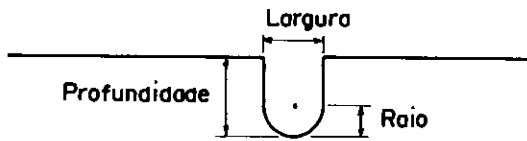


FIGURA III.1

De acordo, porém, com a relação que o entalhe apresenta entre a sua profundidade e o raio do semicírculo da base, é possível classificá-lo em:

- Entalhe U-RASO → quando profundidade < raio
- Entalhe SEMICIRCULAR → quando profundidade = raio
- Entalhe U-PROFUNDO ou U-PROPRIAMENTE DITO → quando profundidade > raio.

Vê-se, daí, que o entalhe semicircular é um caso particularizado do entalhe-U, ocorrendo exatamente quando a relação $\frac{\text{PROFUNDIDADE}}{\text{RAIO}} = 1$.

III.2 - OBJETIVO GERAL DO ESTUDO DOS ENTALHES - U

O objetivo geral desse estudo dos entalhes-U é verificar o comportamento ou variação do fator de concentração de tensões na sua raiz com o aumento gradativo de sua profundidade, partindo logicamente da condição de entalhes U-RASOS, passando pela condição intermediária do entalhe SEMICIRCULAR e atingindo a condição de entalhes U-PROFUNDOS.

Maiores esclarecimentos serão apresentados posteriormente, quando da explicação dos objetivos específicos.

III.3 - ELEMENTO ESTRUTURAL CONSIDERADO

III.3.1 - O Elemento e Suas Características Geométricas

Para desenvolver esse estudo da concentração de tensões em entalhes-U tomamos como objeto de análise, uma chapa plana ou barra achatada de largura finita, contendo dois entalhes-U simetricamente dispostos nos seus bordos laterais, conforme ilustração na Figura III.2.

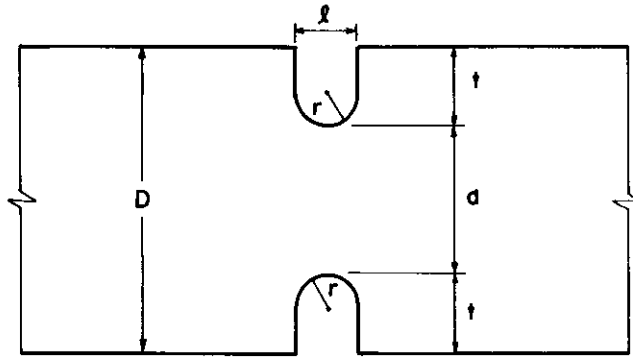


FIGURA III.2

A característica essencial desse elemento é possuir uma espessura mínima, de modo a permitir uma análise bi-dimensional. Sua escolha deve-se também ao fato de ser precisamente ele, o elemento ou peça de estudo comum a todos os trabalhos que nos serviram de base, como será visto mais adiante.

Seus parâmetros geométricos mais importantes são:

D = largura total da peça;

r = raio na raiz do entalhe;

d = largura líquida da peça;

t = profundidade do entalhe;

l = largura ou abertura do entalhe.

III.3.2 - Expressões de Correlação entre os Parâmetros Geométricos da Peça para Cada Tipo de Entalhe-U

A partir dos cinco parâmetros geométricos D , r ,

d, t, ℓ que caracterizam essa peça podem ser definidas diversas relações, tais como ℓ/D , t/D , D/d , r/D , r/d e t/r , em função das quais se apresentam as fórmulas para cálculo do fator de concentração de tensões nos entalhes-U a serem utilizadas neste trabalho.

Entre essas relações, por sua vez, também se estabelecem expressões de correlação, algumas delas de caráter geral e outras de aplicação restrita a um tipo específico de entalhe-U.

São as seguintes, as expressões de correlação mais importantes:

Expressões Gerais

$$\text{- Expressão básica} \quad : D = d + 2 t \quad (\text{III.1})$$

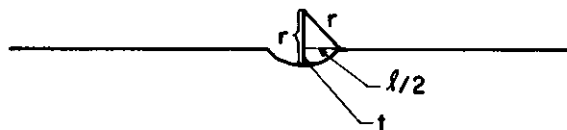
$$\text{- Expressões derivadas: } \frac{D}{d} = \frac{1}{1 - 2 t/D} \quad (\text{III.2})$$

$$: \frac{t}{r} = \frac{1}{2} \left(\frac{D}{d} - 1 \right) \left(\frac{r}{d} \right)^{-1} \quad (\text{III.3})$$

Expressões Específicas

1. Para entalhes U-RASOS

- Configuração do entalhe:



- Características específicas:

$$t < r \implies \frac{t}{r} < 1$$

$$\ell < 2r$$

- Expressões correspondentes:

$$\frac{r}{D} = \frac{1}{2} \left(\frac{t}{D} \right)^{-1} \left[\left(\frac{t}{D} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\ell}{D} \right)^2 \right] \quad (*) \quad (\text{III.4})$$

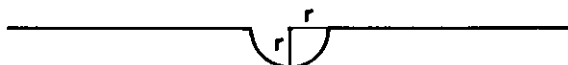
$$\frac{r}{d} = \frac{r}{D} \cdot \frac{D}{d} \implies \frac{r}{d} = \frac{1}{2} \left(\frac{t}{D} \right)^{-1} \left[\left(\frac{t}{D} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\ell}{D} \right)^2 \right] \frac{D}{d} \quad (\text{III.5})$$

$$\frac{t}{r} = \frac{t}{D} : \frac{r}{D} \implies \frac{t}{r} = \left\{ \frac{1}{2} + \left[\frac{1}{8} \left(\frac{\ell}{D} \right)^2 / \left(\frac{t}{D} \right)^2 \right] \right\}^{-1} \quad (\text{III.6})$$

(*) Obtida, geometricamente, em conformidade com a configuração do entalhe.

2. Para o entalhe SEMICIRCULAR

- Configuração do entalhe:



- Características específicas:

$$t = r \Rightarrow \frac{t}{r} = 1$$

$$\ell = 2 r \Rightarrow r = \frac{1}{2} \ell$$

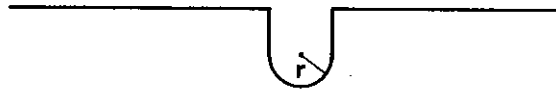
- Expressões correspondentes:

$$\frac{r}{D} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{D} \quad (\text{III.7})$$

$$\frac{r}{d} = \frac{r}{D} \cdot \frac{D}{d} \Rightarrow \frac{r}{d} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{D} \cdot \frac{D}{d} \quad (\text{III.8})$$

3. Para entalhes U-PROFUNDOS

- Configuração do entalhe:



- Características específicas:

$$t > r \Rightarrow \frac{t}{r} > 1$$

$$\ell = 2 r \Rightarrow r = \frac{1}{2} \ell$$

- Expressões correspondentes:

$$\frac{r}{D} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{D} \quad (*)$$

$$\frac{r}{d} = \frac{r}{D} \cdot \frac{D}{d} \Rightarrow \frac{r}{d} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{D} \cdot \frac{D}{d} \quad (*)$$

$$\frac{t}{r} = \frac{t}{D} : \frac{r}{D} \Rightarrow \frac{t}{r} = 2 \cdot \left(\frac{\ell}{D}\right)^{-1} \cdot \frac{t}{D} \quad (\text{III.9})$$

(*) Observe-se que estas expressões são idênticas às Equações (III.7) e (III.8), respectivamente.

III.4 - NATUREZA DAS SOLICITAÇÕES SOBRE A PEÇA

A peça anteriormente apresentada foi vista sob a ação de duas solicitações isoladas no decorrer desse estudo.

A primeira do tipo TRAÇÃO SIMPLES, com a força axial supostamente aplicada no infinito a fim de se poder garantir a validade do Princípio de Saint-Venant e desprezar, junto às seções entalhadas, as perturbações localizadas nas proximidades do ponto de aplicação dessa força.

A segunda do tipo FLEXÃO PURA, provocada por momentos que se situam no próprio plano da peça.

As Figuras III.3 e III.4 a seguir ilustram as soli

citações consideradas.

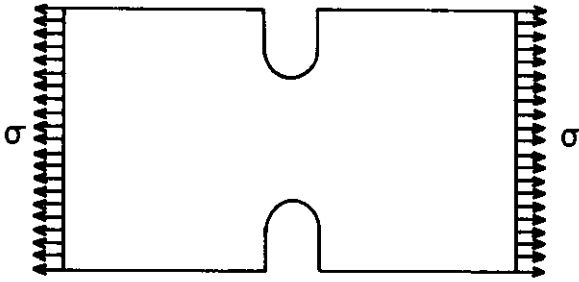


FIGURA III.3

Peça em Tração Simples

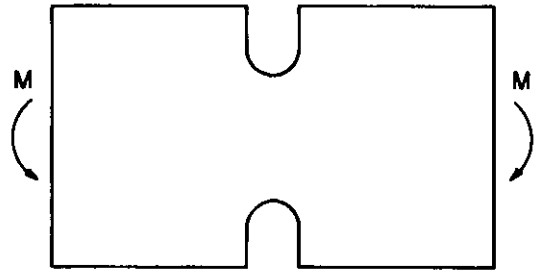


FIGURA III.4

Peça em Flexão Pura

III.5 - MATERIAL UTILIZADO

O material empregado para procedimento deste estudo constitui-se basicamente dos âbacos específicos apresentados por R. E. Peterson no seu Livro Stress Concentration Factors ^[1], atualizado e re-editado em 1974, e dos mais importantes dentre os "papers" que os originaram.

Nos itens a seguir, serão desenvolvidas a análise e interpretação de cada um desses âbacos e "papers".

III.6 - ANÁLISE DOS ÂBACOS APRESENTADOS POR PETERSON

Os âbacos de Peterson por nós considerados correspondem às Figuras 16, 17, 18 e 19 para a TRAÇÃO SIMPLES e, às Figuras 34, 35, 36 e 37 para a FLEXÃO PURA, apresentadas no seu Livro ^[1] anteriormente mencionado e, se acham indicados no fi-

nal deste trabalho através dos ábacos I, II, III, IV, V, VI, VII e VIII, respectivamente.

Todos eles foram analisados individualmente segundo as mesmas etapas, mas para evitar repetições procuraremos condensá-los aqui, sempre que possível, em um comentário único, quando características idênticas entre dois ou mais deles assim o permitirem.

III.6.1 - Análise dos Ábacos I e V

1.^a Etapa: Particularidades desses ábacos

Os ábacos I e V apresentam o fator de concentração de tensões para uma barra achatada ou chapa de largura finita em TRAÇÃO SIMPLES e FLEXÃO PURA, respectivamente, contendo dois entalhes semicirculares únicos e opostos.

A peça é a mesma em ambos os ábacos, variando apenas a natureza da solicitação. São características dessa peça:

D = largura total

r = raio do entalhe

d = largura líquida = $D - 2r$

h = espessura

O Ábaco I mostra a variação de dois fatores de concentração de tensões K_{tg} e K_{tn} , que se definem para este caso,

a partir de valores atribuídos à relação $2 r/D$.

Observe-se que no eixo das abscissas onde figuram os valores de $2 r/D$, cada milímetro vale 0,01, enquanto no eixo das ordenadas onde se marcam os valores de K_{tg} e K_{tn} , cada milímetro vale 0,02.

O K_{tg} é o fator de concentração de tensões definido com base na tensão média que atua na seção bruta da peça, enquanto o K_{tn} é o fator de concentração de tensões definido a partir da tensão média que atuaria na seção líquida da peça, também chamada de tensão nominal. Suas expressões são:

$$K_{tg} = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{\sigma} = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{P/h \cdot D}$$

$$K_{tn} = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{\sigma_{\text{nom}}} = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{P/h \cdot d} = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{P/h (D - 2r)}$$

onde,

$\sigma_{\text{máx}}$ é a tensão máxima que se verifica na peça, ocorrendo exatamente na raiz do entalhe.

O Ábaco V mostra a variação do fator de concentração de tensões K_t (ou mais precisamente, K_{tn} , uma vez que está definido com base na tensão nominal σ_{nom}), a partir de valores assumidos pela relação $2 r/D$.

No eixo das abscissas onde figuram os valores de

2 r/D, cada milímetro vale 0,005, ao passo que no eixo das ordenadas onde figuram os valores do K_t , cada milímetro vale 0,02.

O K_t é aqui definido como $K_t = \sigma_{\text{máx}}/\sigma_{\text{nom}}$, onde $\sigma_{\text{máx}}$ é a tensão máxima que se verifica na peça, a qual ocorre exatamente na raiz dos entalhes (sendo uma de tração e outra de compressão de mesma intensidade) e σ_{nom} é a tensão que ocorreria no ponto correspondente à raiz do entalhe se a peça apresentasse em todo o seu comprimento a largura constante $D - 2 r$, sendo dada, portanto, pela expressão:

$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{M}{W} = \frac{M}{h (D - 2 r)^2 / 6} = \frac{6 M}{(D - 2 r)^2 \cdot h}$$

2.ª ETAPA: Interpretação dos Gráficos

a) Correlação Entre o Gráfico e a Peça

Tanto para o Ábaco I como para o Ábaco V, observe-se que estando a variável independente $2r/D$ variando desde zero até 1, a peça se acha analisada desde a sua condição inicial de praticamente sem entalhes (quando $2r/D \rightarrow 0$), até a sua situação final com entalhes de tamanho máximo (quando $2r/D \rightarrow 1$).

Com isto, está-se querendo frisar que a variação do $2r/D$ desde zero até 1 se faz acompanhar diretamente de um aumento progressivo no tamanho total do entalhe até o caso limite em que $r \rightarrow D/2$.

Note-se que não é apenas a profundidade ou a largura do entalhe que aumenta, mas todo o seu tamanho.

b) Comportamento do Fator de Concentração de Tensões com o Aumento do Entalhe Semicircular

Correlacionando as curvas " K_{tg} versus $2r/D$ " e " K_{tn} versus $2r/D$ " do Ábaco I, e a curva " K_t versus $2r/D$ " do Ábaco V, a uma peça com largura total D fixada, teremos:

1) Quando $2r/D = 0 \Rightarrow r = 0 \Rightarrow$ não existem entalhes sobre a peça \Rightarrow não há concentração de tensões.

Para a peça em TRAÇÃO SIMPLES (Ábaco I), tem-se:

$$\bullet \sigma_{\text{máx}} = \sigma_{\text{nom}} = \sigma = \frac{P}{h \cdot D} \Rightarrow K_{tg} = K_{tn} = 1$$

Para a peça em FLEXÃO PURA (Ábaco V), tem-se:

$$\bullet \sigma_{\text{máx}} = \sigma_{\text{nom}} = \frac{6 M}{D^2 \cdot h} \Rightarrow K_t = 1$$

Esta situação não figura nos ábacos, uma vez que eles se referem à peça entalhada.

2) Quando $2r/D \rightarrow 0 \Rightarrow$ há entalhes sobre a peça, com um r mínimo ($r \rightarrow 0$) \Rightarrow haverá concentração de tensões.

Para a peça em TRAÇÃO SIMPLES (Ábaco I), tem-se:

- $\sigma_{\text{máx}} > \sigma_{\text{nom}} > \sigma$, com $\sigma_{\text{nom}} = \frac{P}{h \cdot d}$ e $\sigma = \frac{P}{h \cdot D}$

- Sendo $K_{tg} = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{\sigma}$ e $K_{tn} = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{\sigma_{\text{nom}}} \Rightarrow K_{tg} > K_{tn}$,

quando $2r/D \rightarrow 0$.

- Porém, como \underline{r} é mínimo $\Rightarrow d = D - 2r \approx D \Rightarrow \sigma_{\text{nom}} \approx \sigma \Rightarrow K_{tg}$ e K_{tn} tendem para o mesmo valor; este valor o ábaco nos apresenta como 3,065, aproximadamente.

Para a peça em FLEXÃO PURA (Ábaco V), tem-se:

- $\sigma_{\text{máx}} > \sigma_{\text{nom}} \Rightarrow K_t > 1$.

- Conforme se vê no próprio Ábaco V, esse valor do K_t quando $2r/D \rightarrow 0$ é aproximadamente 3,065, também.

- 3) Quando $2r/D$ aumenta $\Rightarrow r$ também aumenta, pois D foi fixado $\Rightarrow d = D - 2r$ diminui.

Para a peça em TRAÇÃO SIMPLES (Ábaco I), tem-se:

- $\sigma_{\text{nom}} = \frac{P}{h (D - 2r)}$ aumenta de valor.

- Conforme o próprio ábaco indica, há uma diminuição quase im perceptível do K_{tg} até $2r/D \approx 0,3$, quando então ele co meça a aumentar de valor, e uma diminuição sempre contínua do K_{tn} .
- Observe-se que a diminuição do K_{tg} no intervalo $0 < 2r/D \leq 0,3$ deve corresponder a uma diminuição do valor do $\sigma_{m\acute{a}x}$ nesse mesmo intervalo, uma vez que $K_{tg} = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma}$, onde $\sigma = cte$.
- A diminuição do K_{tn} deve-se essencialmente ao aumento pro gressivo do σ_{nom} , embora uma diminuição do valor do $\sigma_{m\acute{a}x}$ possa também contribuir para a mesma.

Para a peça em FLEXÃO PURA (Ábaco V), tem-se:

- $\sigma_{nom} = \frac{6M}{(D - 2r)^2 \cdot h}$ aumenta o seu valor;
- $K_t = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma_{nom}}$ diminui gradativamente de valor, em conse-
quência principalmente do aumento cada vez maior apresenta
do pelo σ_{nom} .
- O comportamento do $\sigma_{m\acute{a}x}$ não pode ser observado diretamen
te a partir deste ábaco.

4) Quando $2r/D \rightarrow 1 \implies r \rightarrow D/2$.

Para a peça em TRAÇÃO SIMPLES (Âbaco I), tem-se:

$$\bullet \sigma_{\text{nom}} = \frac{P}{h (D - 2 r)} \rightarrow \infty.$$

- O âbaco mostra que $K_{tg} \rightarrow \infty$ (o que implica em $\sigma_{\text{máx}} \rightarrow \infty$) e $K_{tn} \rightarrow 1$.

Para a peça em FLEXÃO PURA (Âbaco V), tem-se:

$$\bullet \sigma_{\text{nom}} = \frac{6 M}{(D - 2 r)^2 \cdot h} \rightarrow \infty.$$

- Pelo âbaco se observa que $K_t \rightarrow 1$.

3.^a ETAPA: Considerações Finais

Uma finalidade destes âbacos é fornecer valores para o fator de concentração de tensões a fim de que incidindo -o sobre a tensão nominal calculada se possa obter a tensão máxima a ser usada no dimensionamento de uma peça assim solicitada.

Para o caso da TRAÇÃO SIMPLES onde são dados dois fatores, K_{tg} a ser usado com a tensão σ , e K_{tn} a ser aplicado sobre σ_{nom} , o Livro ^[1] recomenda que se trabalhe com o K_{tn} ; porém, nenhuma diferença há em se empregar um ou outro, uma vez que K_{tg} aplicado a σ deve conduzir ao mesmo resultado do K_{tn} aplicado a σ_{nom} . Essa recomendação talvez tenha sido dada pelo

fato de ter-se tornado um hábito calcular o valor de $\sigma_{\text{máx}}$ a partir de σ_{nom} e a incidência do K_{tg} sobre este conduziria a um resultado bem maior para aquele, o que contribuiria para um superdimensionamento da peça.

Segundo afirmação do próprio Livro [1], foi constatada experimentalmente por Slot uma boa concordância com a distribuição de tensões dada por estes ábacos I e V para uma chapa de comprimento $1,5 D$ e $r/D = 1/4$ submetida, respectivamente, às solicitações P e M aplicadas no infinito.

O Ábaco I foi elaborado a partir de resultados matemáticos de Isida e Ling, extraídos das referências bibliográficas 92 e 93 deste Livro [1], enquanto o Ábaco V teve seus dados extraídos das referências 90 e 92.

III.6.2 - Análise dos Ábacos II e IV; VI e VIII

1.^a ETAPA: Particularidades de Cada Ábaco

ÁBACOS II e VI

Os ábacos II e VI mostram o fator de concentração de tensões K_t (ou mais precisamente, K_{tn} , pois é definido em ambos como $K_t = \sigma_{\text{máx}}/\sigma_{\text{nom}}$) para uma barra achatada ou chapa de largura finita submetida à TRAÇÃO SIMPLES e FLEXÃO PURA, respectivamente, contendo dois entalhes-U únicos e opostos.

Observe-se que a peça é a mesma para os dois ábacos e as curvas que eles apresentam foram analogamente preparadas, variando apenas a natureza da solicitação sobre a peça a que correspondem. As características geométricas dessa peça são:

D = largura total;

r = raio do entalhe;

d = largura líquida;

$\frac{D - d}{2}$ = profundidade do entalhe = t ;

h = espessura da peça.

Tratando-se de entalhes-U de um modo geral, onde a largura líquida d é diferente de $D - 2r$, a configuração da peça que os contém só fica perfeitamente definida com o conhecimento de D , d e r , ou de duas relações estabelecidas entre elas.

Por este motivo, os ábacos apresentam a variação do fator de concentração de tensões K_t a partir de valores assumidos pela relação r/d (que neste caso variam de zero a 0,3) para diversos valores fixados da relação D/d . No Ábaco II que foi preparado com dados de Flynn e Roll, Appl e Koerner, sete valores foram fixados para D/d (ou seja, 1,05, 1,10, 1,15, 1,2, 1,3, 1,5 e 2) resultando então em sete curvas distintas. O Ábaco VI, elaborado com dados fotoelásticos de Frocht, não apresenta a curva relativa ao valor $D/d = 1,15$, tendo portanto, somente seis.

No eixo das abscissas de cada um desses ábacos, onde se marcam os valores de r/d , cada milímetro corresponde a 0,002, enquanto no eixo das ordenadas onde figuram os valores de K_t , cada milímetro vale 0,01.

Além das curvas " K_t versus r/d " correspondentes a cada um dos valores fixados para D/d esses ábacos também mostram uma curva totalmente tracejada que intercepta quase todas as anteriores. Para o Ábaco II, ela representa a porção da curva " K_{tn} versus $2r/D$ " do Ábaco I compreendida entre os seus limites e, para o Ábaco VI ela significa a porção da curva " K_t versus $2r/D$ " do Ábaco V que pode ser inserida entre os seus limites.

Essas curvas são traçadas a partir de dados matemáticos de Isida e Ling e, a presença delas aqui tem o caráter de uma verificação.

ÁBACOS IV e VIII

Os ábacos IV e VIII apresentam o fator de concentração de tensões, para o mesmo tipo de peça referenciado pelos ábacos II e VI, anteriormente comentados. Trata-se pois, de uma barra achatada em TRAÇÃO SIMPLES e FLEXÃO PURA, respectivamente, contendo dois entalhes-U únicos e opostos, com características geométricas idênticas às já citadas.

Esses ábacos indicam a variação do fator de concentração de tensões K_t a partir de valores atribuídos à relação

r/d , para seis valores fixados de D/d , resultando então seis curvas diferentes. É provável que a variação desses parâmetros, com base nos quais as curvas foram traçadas, corresponda em sua maior parte à condição de entalhes U-RASOS, como sugere o desenho ilustrativo da peça mostrado nos próprios âbacos. Os dados empregados na preparação dessas curvas em cada um deles foram calculados com uso da Teoria de Neuber, referente à solicitação correspondente.

Observe-se que os dois âbacos estão apresentados em escala logarítmica; no eixo das abscissas onde figuram os valores de r/d , que variam de 0,3 a 100, os valores atribuídos a cada espaçamento apresentam a seguinte distribuição:

De 0,3 a 0,5 → cada espaçamento vale 0,01

De 0,5 a 1,0 → cada espaçamento vale 0,02

De 1,0 a 5,0 → cada espaçamento vale 0,1

De 5,0 a 10 → cada espaçamento vale 0,2

De 10 a 50 → cada espaçamento vale 1

De 50 a 100 → cada espaçamento vale 2

No eixo das ordenadas figuram os valores de K_t , variando desde 1,0 até 1,50; este eixo está uniformemente dividido e apresenta dois tipos de espaçamento: o menor deles corresponde a 0,005 e o maior a 0,01.

As cinco primeiras curvas que correspondem a um D/d respectivamente igual a 1,005, 1,01, 1,02, 1,05 e 1,10, só abrangem a variação r/d de 0,3 a 1,0. A última curva, referente a $D/d = \infty$, se desenvolve ao longo de toda a variação do r/d .

2.^a ETAPA: Interpretação dos Gráficos

a) Correlação entre o Gráfico e a Peça

Conforme já foi visto, os quatro ábacos II, IV, VI e VIII referem-se a uma mesma peça contendo dois entalhes laterais em forma de U, a qual se caracteriza pela relação geral $D = d + 2 t$, onde t é a profundidade do entalhe.

Em cada curva neles apresentada é fixada a razão D/d e varia-se o raio r da raiz do entalhe, variação esta expressa em termos de d (ou seja, $r = n \cdot d$, onde n é um número adimensional), uma vez que o eixo das abscissas é usado para alocação dos valores da razão r/d (que são os próprios valores de n).

Observe-se que numa peça onde $D = d + 2 t$, tem-se:

$$\frac{D}{d} = 1 + 2 \cdot \frac{t}{d} \implies \frac{t}{d} = \frac{1}{2} \left(\frac{D}{d} - 1 \right)$$

e a fixação da razão D/d em cada curva corresponde também a uma fixação da razão t/d , não havendo, então, variação da pro-

fundidade t do entalhe, que aqui se exprime relativamente à largura líquida d da seção.

Assim sendo, cada uma das curvas destes âbacos apresenta a variação do fator de concentração de tensões K_t com a largura ou abertura do entalhe, definida neste caso a partir dos valores de r/d .

Para ilustrar, comparem-se a Tabela e Figura que seguem:

TABELA III.1

D/d	t/d	r/d	Contorno do Entalhe
1,5	0,25	0,1	1 - 1
		0,25	2 - 2
		0,5	3 - 3

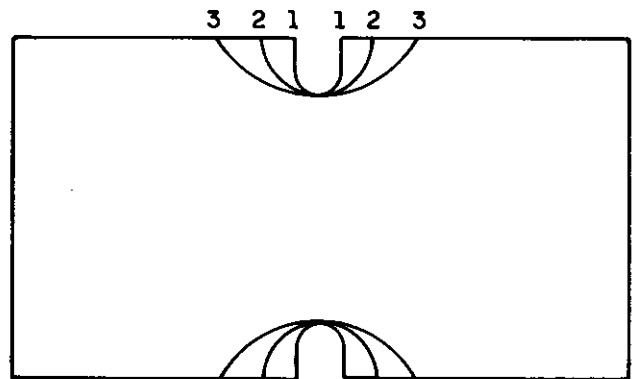


FIGURA III.5

É conveniente notar que para a curva $D/d = 1,5$ considerada nesta Tabela, as situações de contorno 1-1 e 2-2 são abrangidas pelos âbacos II e VI, mas não estariam entre os limites dos âbacos IV e VIII se essa curva lá existisse, pois os valores do r/d por eles apresentados só variam a partir de 0,3.

A última situação porém, correspondente ao contorno 3 - 3, seria abrangida pelos âbacos IV e VIII, mas não se inclui como vemos, entre os limites dos âbacos II e VI, cujos valores do r/d variam de zero a 0,3 apenas.

b) Correlação, em cada Curva, entre os Valores Assumidos por r/d e a Natureza do Entalhe-U Correspondente

Seja a curva $D/d = 1,10$, comum aos quatro âbacos II, IV, VI e VIII.

Sabe-se que fixado o D/d , t/d também se torna fixo e para $D/d = 1,10$ tem-se $\frac{t}{d} = \frac{1}{2} \left(\frac{D}{d} - 1 \right) \therefore \frac{t}{d} = 0,05$.

Nesta curva o entalhe-U será semicircular quando $r = t$, o que corresponderá à posição $\frac{r}{d} = \frac{t}{d} = 0,05$.

Quando $\frac{r}{d} < 0,05 \implies \frac{r}{d} < \frac{t}{d} \implies r < t \implies$ o entalhe-U é profundo; no caso contrário, quando $\frac{r}{d} > 0,05$, o entalhe-U será raso.

Procedendo-se da mesma forma com as outras curvas desses âbacos obtêm-se os resultados indicados nas Tabelas III.2 e III.3 da página seguinte.

A Tabela III.2 permite verificar que a curva $D/d=2$ dos âbacos II e VI corresponde em toda a sua extensão a entalhes U-PROFUNDOS e, a partir da Tabela III.3 conclui-se que todas as curvas dos âbacos IV e VIII com D/d numericamente definido, correspondem em toda a sua extensão a entalhes U-RASOS.

Tabela III.2 - Ábacos II e VI

D/d	Valor do r/d para Entalhe		
	U-RASO	SEMICIRCULAR	U-PROFUNDO
1,05	$> 0,025$	$= 0,025$	$< 0,025$
1,10	$> 0,05$	$= 0,05$	$< 0,05$
1,15	$> 0,075$	$= 0,075$	$< 0,075$
1,2	$> 0,1$	$= 0,1$	$< 0,1$
1,3	$> 0,15$	$= 0,15$	$< 0,15$
1,5	$> 0,25$	$= 0,25$	$< 0,25$
2	$> 0,5$	$= 0,5$	$< 0,5$

Tabela III.3 - Ábacos IV e VIII

D/d	Valor do r/d para Entalhe		
	U-RASO	SEMICIRCULAR	U-PROFUNDO
1,005	$> 0,0025$	$= 0,0025$	$< 0,0025$
1,01	$> 0,005$	$= 0,005$	$< 0,005$
1,02	$> 0,01$	$= 0,01$	$< 0,01$
1,05	$> 0,025$	$= 0,025$	$< 0,025$
1,10	$> 0,05$	$= 0,05$	$< 0,05$
∞			

c) Comentário sobre as Curvas para Entalhes Semicirculares Inseridas nos Ábacos II e VI

As curvas totalmente tracejadas e válidas para entalhes semicirculares que aparecem nos ábacos II e VI representam para o primeiro, a porção da curva " K_{tn} versus $2r/D$ " do Ábaco I em sua versão sob a forma " K_{tn} versus r/d ", compreendida entre os limites desse Ábaco II e, para o segundo, a porção da curva " K_t versus $2r/D$ " do Ábaco V em sua versão sob a forma " K_t versus r/d ", compreendida entre os limites desse Ábaco VI.

Essas curvas, foram obtidas a partir de dados matemáticos de Isida e Ling e, a presença delas sobre os ábacos referidos tem a finalidade de uma verificação.

O que se pretende é descobrir em cada curva de razão D/d fixada nos ábacos II e VI, o valor do r/d característico de um entalhe semicircular e verificar se os valores do K_t a ele referentes, e obtidos a partir desta curva nos dois ábacos em questão, concordam ou não com os resultados apresentados pelas curvas dos ábacos I e V, respectivamente, para o valor correspondente do $2r/D$.

Para melhor compreensão, acompanhe-se o exemplo abaixo.

Seja a curva caracterizada pela relação $D/d = 1,05$ nos ábacos II e VI em análise.

Para ela foi obtido no item anterior, que o valor do r/d correspondente a um entalhe semicircular seria $r/d=0,025$.

Tanto no Ábaco II como no Ábaco VI pode-se observar que a curva para entalhes semicirculares e esta curva $D/d = 1,05$ se interceptam em torno de $r/d = 0,025$, e que para este valor se obtêm: $K_t = 2,91$ do Ábaco II e $K_t = 2,73$ do Ábaco VI.

Sendo $D/d = 1,05$ e $r/d = 0,025$, ter-se-á:

$$\frac{r}{D} = \left(\frac{r}{d}\right) : \left(\frac{D}{d}\right) \therefore \frac{r}{D} = \frac{0,025}{1,05} \therefore \frac{r}{D} \cong 0,0238 \Rightarrow \frac{2r}{D} \cong 0,0476 \cong 0,0475$$

Para $2 r/D = 0,0475$, o Ábaco I fornece $K_t = 2,91$ enquanto o Ábaco V indica $K_t = 2,72$. Estes resultados estão em excelente concordância com os valores anteriormente obtidos através dos ábacos II e VI, respectivamente.

Procedimento idêntico foi feito para as curvas restantes, permitindo a preparação da Tabela III.4 a seguir.

Observe-se a excelente concordância entre esses valores do K_{tn} para o entalhe semicircular fornecidos pelos ábacos I e II para a TRAÇÃO SIMPLES e pelos ábacos V e VI para a FLEXÃO PURA.

Tabela III.4

D/d	r/d	2 r/D	Valores do K_{tn}			
			TRAÇÃO SIMPLES		FLEXÃO PURA	
			Âbaco I	Âbaco II	Âbaco V	Âbaco VI
1,05	0,025	0,0476	2,91	2,91	2,72	2,73
1,10	0,05	0,09	2,78	2,78	2,46	2,47
1,15	0,075	0,1304	2,66	2,65
1,2	0,1	0,16	2,56	2,55	2,11	2,11
1,3	0,15	0,2307	2,36	2,34	1,89	1,89
1,5	0,25	0,3	2,06	2,04	1,62	1,625
2	0,5	0,5	1,62	...	1,35	...

3.^a ETAPA: Considerações Finais

Para as curvas D/d neles fixadas e apesar da pequena variação de valores que apresentam para a relação r/d , os âbacos II e VI têm um caráter mais abrangente que os âbacos IV e VIII no que concerne a natureza dos entalhes-U sobre a peça, uma vez que estes últimos se referenciam em quase todas as suas curvas a entalhes U-RASOS apenas.

Com relação ao Âbaco II, especificamente, é importante observar que as três primeiras curvas correspondentes a um D/d fixado, respectivamente, em 1,05, 1,10 e 1,15 apresentam uma parte cheia e uma parte tracejada, sendo esta sempre referente a valores de r/d maiores que o r/d para o entalhe se

micircular, ou seja, valores de r/d relativos a entalhes U-RA SOS. A explicação para isto é dada no Livro ^{|1|} da seguinte maneira: "os valores de K_t correspondentes aos r/d nas regiões tracejadas dessas curvas foram obtidos por interpolação de valores dados a partir de curvas r/d (isto é, com r/d fixado), tendo D/d como abscissa; por este motivo, ou seja, pelo fato de terem sido interpolados, eles são considerados duvidosos".

A parte cheia destas curvas e as quatro outras curvas restantes ($D/d = 1,2, 1,3, 1,5$ e 2) foram preparadas a partir de dados fornecidos por Flynn e Roll, Appl e Koerner, obtidos de suas investigações através de testes com "strain gages", testes fotoelásticos e análise matemática e são considerados bastante consistentes para a peça tratada neste ábaco.

Baratta tem comparado fórmulas empíricas para K_t com valores determinados experimentalmente em peças semelhantes a esta e conclui que as duas fórmulas seguintes são satisfatôrias para serem usadas como prognóstico do fator.

Fórmula de Baratta e Neal:

$$K_{tn} = (0,780 + 2,243 \sqrt{\frac{t}{r}}) \left[0,993 + 0,180 \left(\frac{2t}{D} \right) - \right. \\ \left. - 1,060 \left(\frac{2t}{D} \right)^2 + 1,710 \left(\frac{2t}{D} \right)^3 \right] \left(1 - \frac{2t}{D} \right)$$

Fórmula de Heywood:

$$K_{tn} = 1 + \left[\frac{t/r}{1,55 (D/d) - 1,3} \right]^n \quad (\text{III.11})$$

onde,

$$n = \frac{D/d - 1 + 0,5 \sqrt{t/r}}{D/d - 1 + \sqrt{t/r}} \quad (\text{III.12})$$

Da comparação entre os resultados fornecidos por estas fórmulas e os valores apresentados pelo Ábaco II, o Livro ^[1] afirma: "a primeira fórmula dá valores em boa concordância com as curvas cheias para $r/d < 0,25$, enquanto a segunda fórmula está em melhor concordância para $r/d > 0,25$. Para as três curvas D/d que estão tracejadas, a primeira fórmula dá valores menores à medida que r/d aumenta".

Como os testes nos quais estas fórmulas são baseadas não incluem valores de parâmetros correspondentes às curvas tracejadas e como não existem dados básicos melhores, aconselha-se que os valores do K_t obtidos a partir destas curvas, mesmo sendo duvidosos, sejam usados para projeto por se apresentarem mais elevados.

A respeito do Ábaco VI cujas curvas também possuem uma parte tracejada e outra cheia nada foi explicado no Livro ^[1] mas acreditamos tratar-se de motivo semelhante ao exposto para o Ábaco II.

Este Ábaco II foi preparado com base nas referências bibliográficas 96, 97 e 98 do Livro [1], enquanto o Ábaco VI proveio do trabalho nele referenciado sob o nº 121. Os Ábacos IV e VIII, elaborados com uso da Teoria de Neuber, são fundamentados na referência 39 deste mesmo Livro [1].

III.6.3 - Análise dos Ábacos III e VII

1.^a ETAPA: Particularidades Desses Ábacos

Tais como os seus vizinhos II e IV, VI e VIII, estes ábacos III e VII indicam o fator de concentração de tensões K_t para uma barra achatada ou chapa de largura finita em TRAÇÃO SIMPLES e FLEXÃO PURA, respectivamente, contendo dois entalhes-Únicos e opostos.

As características geométricas dessa peça já são bastante conhecidas e foram aqui omitidas. Porém, é importante lembrar que por se tratar de entalhes-U de um modo generalizado, a largura líquida \underline{d} da peça que os contém é diferente de $D - 2r$ e a configuração desta só fica perfeitamente definida com o conhecimento de \underline{D} , \underline{d} e \underline{r} ou de duas relações estabelecidas entre elas.

Neste caso, especificamente, os ábacos III e VII apresentam a variação do fator de concentração de tensões K_t a partir de valores atribuídos à relação d/D , para vinte e seis grandezas fixadas do r/D , resultando então em vinte e seis cur

vas distintas. É provável que a variação desses parâmetros, com base nos quais as curvas foram traçadas, corresponda em sua maior parte à condição de entalhes U-PROFUNDOS como sugere o desenho ilustrativo da peça mostrado nos próprios ábacos. Os dados empregados na preparação dessas curvas em cada um deles foram calculados com uso das fórmulas empíricas de Neuber, referentes à solicitação correspondente.

No eixo das abscissas onde figuram os valores de d/D , cada milímetro vale 0,005 enquanto no eixo das ordenadas onde se obtêm os valores do K_t , cada milímetro corresponde a 0,1.

Não está explícito em nenhum dos dois ábacos, mas o K_t deve significar $\sigma_{\text{máx}}/\sigma_{\text{nom}}$ onde σ_{nom} deve ser dada pelas expressões $P/h.d$ para a peça em TRAÇÃO SIMPLES e $6M/hd^2$ para a peça em FLEXÃO PURA, uma vez que este procedimento tem sido uma constância no estudo da concentração de tensões sobre a referida peça.

As curvas com r/D igual a 0,050, 0,020, 0,010, 0,0050, 0,0020 e 0,0010, certamente tidas como principais, são destacadas em face das outras e se estendem desde $d/D=0$ até $d/D = 1$. As demais se desenvolvem de $d/D = 0,1$ a $d/D = 0,975$.

2.^a ETAPA: Interpretação dos Gráficos

a) Correlação entre o Gráfico e a Peça

Os ábacos III e VII estão relacionados a uma mesma

peça que contém dois entalhes laterais em forma de U, sendo então caracterizada pela condição geral $D = d + 2t$, onde t é a profundidade de cada entalhe.

Em cada curva neles apresentada é fixada a razão r/D e varia-se a largura líquida d da peça, variação esta expressa em termos de \underline{D} (ou seja, $d = n \cdot D$ onde \underline{n} é um número adimensional), uma vez que o eixo das abscissas é usado para alocação dos valores da razão d/D (que são os próprios valores de \underline{n}).

Observe-se que numa peça onde $D = d + 2t$, tem-se:

$$1 = \frac{d}{D} + 2 \cdot \frac{t}{D} \implies \frac{t}{D} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{d}{D}\right)$$

e a variação de d/D em cada curva r/D fixada corresponde a uma variação em sentido contrário da razão t/D que exprime a profundidade do entalhe.

Assim sendo, cada uma das curvas destes ábacos apresenta a variação do fator de concentração de tensões K_t com a profundidade do entalhe, expressa indiretamente neste caso pela razão d/D .

Para ilustrar, comparem-se a Tabela e Figura que seguem:

Tabela III.5

r/D	d/D	t/D	Contorno do Entalhe
0,050	0,5	0,25	1
	0,9	0,050	2
	0,95	0,025	3

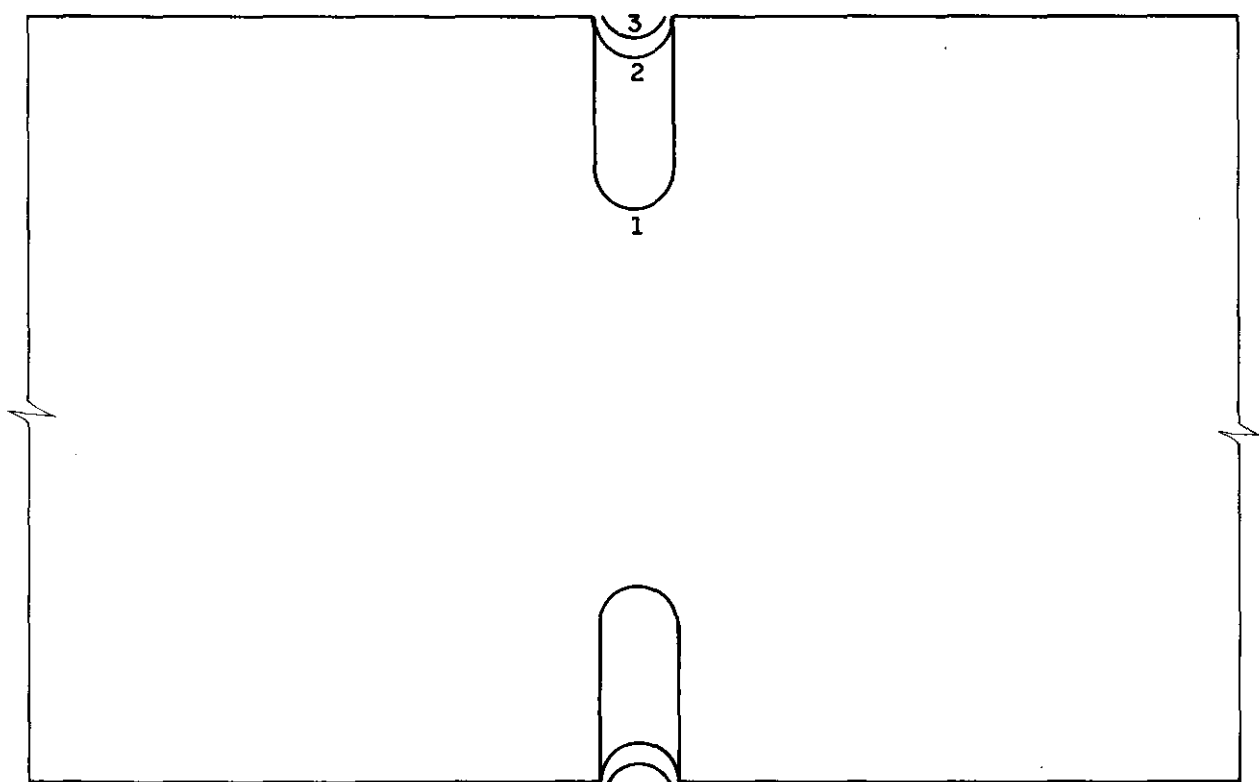


FIGURA III.6

É conveniente notar que neste tipo de análise desenvolvido pelos âbacos III e VII, o parâmetro variável d/D só pode assumir valores até 1; e, quando o resultado obtido para o t/D a partir do valor atribuído ao d/D for inferior ao valor

fixado para o r/D , os entalhes passam a variar tanto em profundidade quanto em largura. É o caso ilustrado pela situação de contorno 3.

b) Correlação, em Cada Curva, Entre os Valores Assumidos por d/D e a Natureza do Entalhe-U Correspondente

Seja a curva $r/D = 0,050$, comum aos dois âbacos em questão.

Nesta curva o entalhe-U será semicircular quando $t = r$, ou seja, quando $t/D = r/D = 0,050$.

O valor do d/D correspondente a esse entalhe semicircular pode ser obtido da expressão $D = d + 2t$ ou, mais precisamente, de $\frac{d}{D} = 1 - 2 \cdot \frac{t}{D}$ resultando em $d/D = 0,9$.

$$\text{Quando } \frac{d}{D} < 0,9 \implies 1 - 2 \frac{t}{D} < 0,9 \therefore$$

$$\therefore \frac{t}{D} > 0,050 \quad \therefore \frac{t}{D} > \frac{r}{D} \therefore t > r \implies \text{o entalhe-U é}$$

profundo. No caso contrário quando $\frac{d}{D} > 0,9$, teremos $\frac{t}{D} < 0,050 \therefore$

$t < r \implies$ o entalhe-U é raso.

Portanto, sobre a curva $r/D = 0,050$, temos:

$$\text{- para } 0 < \frac{d}{D} < 0,9 \implies \text{entalhe U-PROFUNDO}$$

- para $\frac{d}{D} = 0,9 \implies$ entalhe SEMICIRCULAR

- para $0,9 < \frac{d}{D} < 1 \implies$ entalhe U-RASO

Procedimento idêntico pode ser desenvolvido sobre cada uma das curvas restantes, obtendo-se os resultados indicados na Tabela III.6 da página seguinte.

Observe-se a partir desta Tabela que os ábacos III e VII correspondem fundamentalmente a entalhes U-PROFUNDOS.

c) Comportamento do Fator K_t com o Aumento da Profundidade do Entalhe

Foi visto anteriormente que a profundidade t/D do entalhe varia em sentido contrário ao da variação do parâmetro d/D .

Assim sendo, para analisarmos o comportamento do K_t sobre a curva $r/D = 0,050$, por exemplo, com o aumento progressivo da profundidade t/D do entalhe é preciso percorrê-la no sentido da direita para esquerda, o que corresponde a uma variação decrescente para o d/D .

Vejamos, pois, o que acontece:

Quando $d/D = 1$, não existe entalhe sobre a peça

e $K_t = 1$.

Tabela III.6 - Âbacos III e VII

r/D	Valor do d/D para Entalhe		
	U-RASO	SEMICIRCULAR	U-PROFUNDO
0,050	> 0,90	= 0,90	< 0,90
0,040	> 0,92	= 0,92	< 0,92
0,030	> 0,94	= 0,94	< 0,94
0,025	> 0,95	= 0,95	< 0,95
0,020	> 0,96	= 0,96	< 0,96
0,018	> 0,964	= 0,964	< 0,964
0,016	> 0,968	= 0,968	< 0,968
0,014	> 0,972	= 0,972	< 0,972
0,012	> 0,976	= 0,976	< 0,976
0,010	> 0,98	= 0,98	< 0,98
0,009	> 0,982	= 0,982	< 0,982
0,008	> 0,984	= 0,984	< 0,984
0,007	> 0,986	= 0,986	< 0,986
0,006	> 0,988	= 0,988	< 0,988
0,0050	> 0,99	= 0,99	< 0,99
0,0045	> 0,991	= 0,991	< 0,991
0,0040	> 0,992	= 0,992	< 0,992
0,0035	> 0,993	= 0,993	< 0,993
0,0030	> 0,994	= 0,994	< 0,994
0,0025	> 0,995	= 0,995	< 0,995
0,0020	> 0,996	= 0,996	< 0,996
0,0018	> 0,9964	= 0,9964	< 0,9964
0,0016	> 0,9968	= 0,9968	< 0,9968
0,0014	> 0,9972	= 0,9972	< 0,9972
0,0012	> 0,9976	= 0,9976	< 0,9976
0,0010	> 0,998	= 0,998	< 0,998

À medida que d/D decresce desde 1 até bem próximo de 0,9, o entalhe vai se tornando progressivamente mais largo e mais profundo, embora para todos esses valores de d/D ele continue a ser um entalhe U-RASO; os valores do K_t correspondentes a esta variação do d/D aumentam gradativamente de 1 até bem próximo de 2,6, para a peça em TRAÇÃO SIMPLES (Ábaco III) e desde 1 até bem próximo de 2,3, para a peça em FLEXÃO PURA (Ábaco VII).

Quando $d/D = 0,9$, o entalhe passa a ser SEMICIRCULAR e tem-se $K_t = 2,6$ para a peça em TRAÇÃO SIMPLES (Ábaco III) e $K_t = 2,3$ para a peça em FLEXÃO PURA (Ábaco VII).

Continuando o d/D a assumir valores progressivamente menores que 0,9, o entalhe já então sob a condição de um entalhe U-PROFUNDO vai-se tornando cada vez mais profundo, com a largura porém inalterada (o que ocorre a partir da condição de semicircular) e os valores do K_t correspondentes vão-se tornando cada vez maiores.

Mais ou menos em torno de $d/D = 0,7$, para a peça em TRAÇÃO SIMPLES (Ábaco III) e $d/D = 0,8$, para a peça em FLEXÃO PURA (Ábaco VII), o K_t assume os seus valores máximos que são, respectivamente, 3 e 2,4.

A partir daí, continuando-se a diminuir os valores do d/D , o entalhe vai-se tornando cada vez mais profundo, mas os valores correspondentes do K_t tornam-se menores.

Quando então $d/D \rightarrow 0$, o entalhe é tão profundo

que praticamente rompe a peça e tem-se, portanto, $K_t \rightarrow 1$.

3.^a ETAPA: Considerações Finais

Como pode ser observado, os ábacos III e VII fornecem valores para o fator de concentração de tensões K_t , correspondentes, em sua maior parte, a entalhes U-PROFUNDOS.

Assim, sendo, este Ábaco III juntamente com o Ábaco IV e, este Ábaco VII juntamente com o Ábaco VIII servem para complementar os ábacos II e VI, respectivamente, na apresentação de valores para o fator de concentração de tensões referentes aos entalhes-U em geral, sobre o tipo de peça em que estão sendo considerados.

Com relação especificamente ao Ábaco III, o Livro de Peterson [1], de onde eles foram retirados, afirma que os valores do K_t obtidos a partir deste ábaco são aproximados, mas por serem os únicos valores de largo alcance encontrados podem ser utilizados em certos problemas. Os maiores erros, continua ele, estão na meia-região dos valores atribuídos ao d/D ; para entalhes pouco profundos ou muito profundos, o erro se torna progressivamente menor. Também está dito que alguns testes fotoelásticos específicos com $d/D \sim 0,85$ e r/D variando de $\sim 0,001$ até $0,02$ dão valores do K_t mais elevados que os fornecidos pelo ábaco em questão.

Elaborados com dados calculados a partir das fórmulas empíricas de Neuber, estes ábacos III e VII estão ligados à

referência bibliográfica 39 do Livro de Peterson acima citado.

III.7 - COMENTÁRIO SOBRE "A NOTE IN STRESS CONCENTRATION FACTORS FOR SYMMETRIC U-SHAPED NOTCHES IN TENSION STRIPS" ¹⁰

III.7.1 - Observações Preliminares

Neste trabalho, os autores T. Slot e D. F. Mowbray examinaram o problema da concentração de tensões em "faixas" traçionadas contendo um par de entalhes-U simetricamente situados nos seus bordos laterais, por meio de um programa de computador baseado no método dos elementos finitos para a análise de tensões. Os resultados por eles obtidos são comparados com resultados de experimentos efetuados por outros pesquisadores com o auxílio de "strain gages" e modelos fotoelásticos e, também com os valores fornecidos para o fator de concentração de tensões relativo a este caso, pela fórmula original de Neuber e sua expressão modificada. Como eles próprios afirmam, a finalidade dessa publicação é apresentar os resultados de sua análise em apoio aos resultados experimentais já existentes.

III.7.2 - A Peça e sua Análise

Para proceder este estudo foi considerada uma peça com as características indicadas na Figura III.7 a seguir.

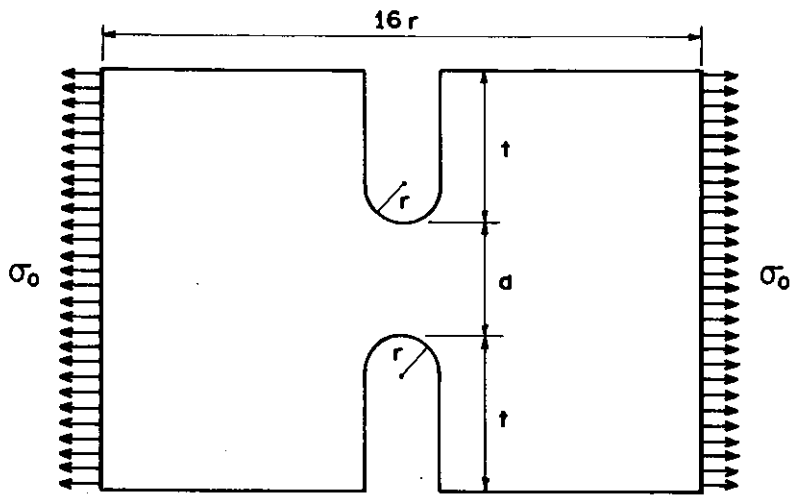


FIGURA III.7

Sua análise foi desenvolvida para seis geometrias de entalhes definidas pela fixação da razão d/r e variação da razão t/r , conforme valores apresentados na Tabela III.7.

Tabela III.7

Natureza dos Entalhes	Número do Modelo	t/r	d/r
U-PROFUNDOS	1	4,0	3,0
	2	3,0	3,0
	3	2,0	3,0
	4	1,5	3,0
SEMICIRCULARES	5	1,0	3,0
U-RASOS	6	0,5	3,0

Os detalhes, aqui excluídos, sobre a maneira pela qual esta peça foi idealizada por modelos de elementos finitos podem ser obtidos na própria referência ¹⁰.

É importante observar que neste tipo de análise onde se fixam os valores do d/r e se fazem variar os valores do t/r , estuda-se o comportamento do fator de concentrações de tensões com a variação da profundidade t dos entalhes, mediante uma diminuição da largura total da peça. Com tal procedimento é a peça que se modifica e, não propriamente os entalhes, para que estes possam assumir profundidades variadas. No modelo N° 6, onde os entalhes assumem a condição de U-RASOS, além da variação da profundidade t há também uma diminuição na abertura dos mesmos.

A Figura III.8 que segue ilustra a configuração apresentada pela peça em cada um dos seis modelos considerados.

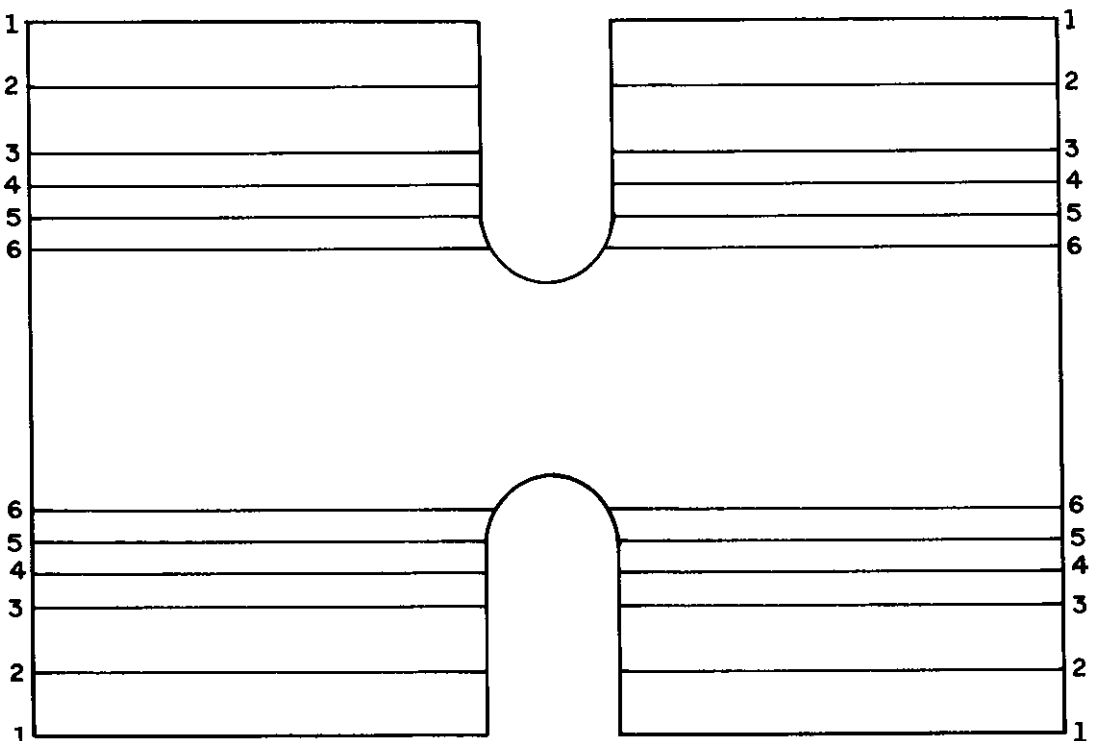


FIGURA III.8

III.7.3 - Resultados e Conclusões

Para cada geometria considerada, o valor mais elevado da tensão foi encontrado na raiz dos entalhes. Estes valores estão registrados na Tabela III.8 da página a seguir sob a forma $\sigma_{\text{máx}}/\sigma_0$. Também figuram nesta Tabela, os valores correspondentes da tensão média na seção líquida, denotada por σ_{nom} , e o valor do fator de concentração de tensões $K = \sigma_{\text{máx}}/\sigma_{\text{nom}}$. Incluídos para comparação estão os valores de K a partir de experimentos com strain gage e experimentos fotoelásticos; os valores de K calculados pela fórmula de interpolação original de Neuber e pela fórmula modificada; e os valores de K para entalhes pouco profundos obtidos por outros métodos analíticos.

A partir dos resultados apresentados nesta Tabela, pode ser visto que as soluções por elementos finitos estão em boa concordância com os resultados experimentais e com as soluções analíticas citadas para entalhes pouco profundos, ao passo que ambas as fórmulas de Neuber prognosticam valores não prudentes. Além disso, as soluções por elementos finitos confirmam a observação experimental de que o fator de concentração de tensões K assume um valor máximo para entalhes de profundidade finita. Embora a fórmula de interpolação mais recente de Neuber forneça resultados em concordância mais próxima com os dados experimentais, ambas as fórmulas conduzem a um valor máximo de K para entalhes infinitamente profundos.

TABELA III.8

Número do Modelo	Geometria do Modelo		Soluções por Elementos Finitos			Experim. c/ Strain-gage	Experimento Fotoelástico	Teoria Ori- ginal de Neuber	Teoria Modificada de Neuber	Soluções p/ Elementos de Contorno	Soluções por Diferenças Finitas
	t/r	d/r	σ_{\max}/σ_o	$\sigma_{\text{nom}}/\sigma_o$	K	K	K	K	K	K	K
1	4,0	3,0	6,67	3,67	1,82	1,84	1,82	1,77	1,78		
2	3,0	3,0	5,52	3,00	1,84		1,84	1,76	1,78		
3	2,0	3,0	4,33	2,33	1,86	1,88	1,87	1,75	1,77		
4	1,5	3,0	3,72	2,00	1,86	1,90	1,88	1,74	1,77		
5	1,0	3,0	3,09	1,67	1,85	1,86	1,86	1,72	1,76	1,87	1,88
6	0,5	3,0	2,39	1,33	1,80	1,81	1,82	1,68	1,71	1,81	1,79

III.8 - COMENTÁRIO SOBRE "COMPARISON OF VARIOUS FORMULAE AND EXPERIMENTAL STRESS-CONCENTRATION FACTORS FOR SYMMETRICAL U-NOTCHED PLATES" [11]

III.8.1 - Observações Preliminares

Preparado por F. I. Baratta e publicado pelo Journal of Strain Analysis em 1972, este trabalho compara dados experimentais disponíveis na literatura sobre fatores de concentração de tensões em placas com entalhes-U simétricos, submetidas à tração axial, com os resultados obtidos a partir da formulação semi-analítica do próprio Baratta e Neal e, das fórmulas mais frequentemente usadas como a equação do fator de concentração de tensões "combinado" dada por Neuber e a fórmula empiricamente deduzida apresentada por Heywood.

Com tais comparações, pretende-se fornecer uma orientação aos pesquisadores e projetistas com relação à precisão e tendência para a sub- ou super-estimativa desses fatores de concentração de tensões.

III.8.2 - A Peça Analisada e as Fórmulas Empregadas

Neste seu estudo, Baratta considerou a peça estrutural esquematizada na Figura III.9 a seguir, que é semelhante à então empregada pelos autores do trabalho anteriormente comentado.

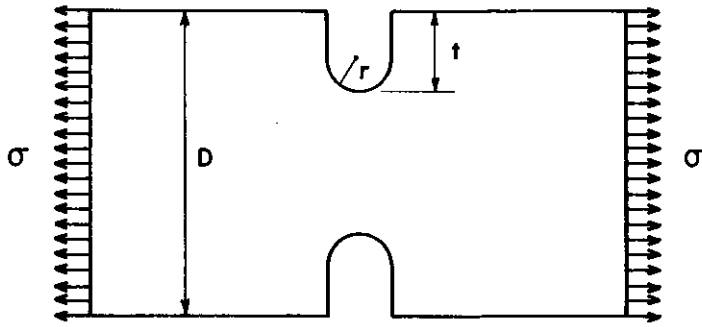


FIGURA III.9

As fórmulas por ele utilizadas para avaliar os fatores de concentração de tensões K_N , definidos como $\sigma_{\text{máx}}/\sigma_{\text{nom}}$, sobre essa tal peça, foram⁽¹⁾:

- Fórmula de Baratta e Neal:

$$K_{N_1} = \left\{ 0,780 + 2,243 \sqrt{\frac{t}{r}} \right\} \left\{ 0,993 + 0,180 \left(\frac{2t}{D} \right) - \right. \\ \left. - 1,060 \left(\frac{2t}{D} \right)^2 + 1,710 \left(\frac{2t}{D} \right)^3 \right\} \left(1 - \frac{2t}{D} \right)$$

onde,

t/r pode ser de 1 a 361;

$2t/D$ de zero a 0,723.

(1) Por comodidade de leitura, repetimos fórmulas usadas, sempre que houver mudança de notações.

- Fórmula de Neuber:

$$K_{N2} = 1 + \frac{(K_1 - 1)(K_2 - 1)}{\sqrt{(K_1 - 1)^2 + (K_2 - 1)^2}}$$

onde,

$$K_1 = 1 + 2 \sqrt{t/r}$$

$$K_2 = \frac{2 \left\{ (t/r) \left(\frac{1}{2t/D} - 1 \right) + 1 \right\} \left\{ (t/r) \left(\frac{1}{2t/D} - 1 \right) \right\}^{1/2}}{\left\{ (t/r) \left(\frac{1}{2t/D} - 1 \right) + 1 \right\} \cdot \tan^{-1} \left\{ (t/r) \left(\frac{1}{2t/D} - 1 \right) \right\}^{1/2} + \left\{ (t/r) \left(\frac{1}{2t/D} - 1 \right) \right\}^{1/2}}$$

OBSERVAÇÃO:

Na publicação deste estudo de F. I. Baratta feita pelo Journal of Strain Analysis, Vol. 7, Nº 2, 1972, a expressão de K_1 apresenta-se indevidamente sob a forma $K_1 = 1 + \sqrt{t/r}$. Isto foi uma falha que pode ser comprovada mediante os valores do K_{N2} existentes no próprio "paper", os quais são calculados a partir dos resultados obtidos para K_1 e K_2 , com $K_1 = 1 + 2 \sqrt{t/r}$ e não $K_1 = 1 + \sqrt{t/r}$.

- Fórmula de Heywood:

$$K_{N3} = 1 + \left[\frac{t/r}{\frac{1,55}{1 - 2t/D} - 1,3} \right]^n$$

onde,

$$n = \frac{\left(\frac{1}{1 - 2t/D} - 1\right) + 0,5 (t/r)^{1/2}}{\left(\frac{1}{1 - 2t/D} - 1\right) + (t/r)^{1/2}}$$

A fórmula de Neuber já nos é conhecida do Capítulo II, mais precisamente do Item II.3 onde se fez um brevíssimo resumo de sua teoria sobre as tensões nos entalhes, enquanto a fórmula de Baratta e Neal, e a expressão de Heywood haviam sido citadas anteriormente na 3.^a Etapa do Item III.6.2. Porém, maiores esclarecimentos sobre todas elas serão prestados no Capítulo seguinte, quando de sua utilização no nosso trabalho.

III.8.3 - Resultados e Conclusões

Não houve neste estudo a fixação de um determinado parâmetro e variação dos valores de um outro, para analisar com base nela o comportamento do fator de concentração de tensões sobre a peça.

Sua finalidade, como foi dito no início, era comparar os resultados obtidos a partir destas expressões com dados experimentais já existentes. Por este motivo, utilizando-se de valores experimentais do fator de concentração de tensões apresentadas por Dixon, Flynn e Gilbert, Ohasi, Flynn e Roll, Kikukawa, Frocht, Hardrath e Ohman, Crews e Hardrath, para valores diversos e variáveis dos parâmetros t/r e $2t/D$, Baratta preparou

uma tabela onde se comparam esses valores experimentais K_{exp} com os correspondentes resultados do K_{N1} , K_{N2} e K_{N3} . Para tornar mais nítida a correlação entre eles, foi calculada e está também indicada na tabela, a diferença percentual entre cada valor teórico K_{Ni} e o valor experimental correspondente K_{exp} , segundo a expressão

$$\% \Delta K_{Ni} = \frac{(K_{Ni} - K_{exp}) \cdot 100}{K_{exp}} \quad \text{com } i = 1, 2, 3.$$

Observa-se então, que o K_{exp} dado nessa tabela é super-estimado por K_{N1} em 55% dos casos analisados, por K_{N2} em apenas 6% desses casos e por K_{N3} em 35% deles. Deste modo, conclui o autor, para prognosticar com segurança esse fator de concentração de tensões são recomendados apenas a expressão de Baratta e Neal e a fórmula de Heywood, uma vez que a equação combinada de Neuber tende a sub-avaliar os dados experimentais em 94% dos casos.

CAPÍTULO IV

DESENVOLVIMENTO DO NOSSO ESTUDO SOBRE CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES EM ENTALHES-U

IV.1 - OBJETIVO ESPECÍFICO DO NOSSO ESTUDO

A peça ou elemento estrutural que tomamos como ob jeto de análise para este estudo acha-se apresentada no Item III.3 do Capítulo anterior, mediante ilustração na Figura III.2; suas características geométricas mais importantes estão aí referenciadas.

Nosso objetivo é verificar o comportamento do fator de concentração de tensões K com o aumento da profundidade t do entalhe, tanto para a peça em TRAÇÃO SIMPLES como em FLEXÃO PURA e, para isso, pretendíamos proceder do seguinte modo: *fixar valores da razão ℓ/D e, para cada um deles, fazer va-
riar a razão t/D desde zero até seu valor último $1/2$, obtendo
os valores correspondentes do K.*

Com esse procedimento, pensávamos, estariamos partindo da condição de entalhes U-RASOS ($t < r \neq \frac{\ell}{2}$), passando pela de entalhe SEMICIRCULAR ($t = r = \frac{\ell}{2}$) e atingindo a condição de entalhes U-PROFUNDOS ($t > r = \frac{\ell}{2}$). Isto porém, depende do valor atribuído à razão ℓ/D como veremos na explicação matemática a seguir.

- 1º) Considere-se o elemento em análise (Figura III.2) e seja fixada a razão $\frac{\ell}{D} = \alpha$.
- 2º) Tomando-se um certo \underline{D} , o $\underline{\ell}$ fica fixado em $\alpha \cdot D$.
- 3º) Observe-se que numa peça assim caracterizada, para se percorrer todas as profundidades possíveis para os entalhes, o \underline{t} deve variar desde zero até $D/2$, o que corresponde a uma variação da razão t/D desde zero até $1/2$.
- 4º) Verifique-se porém, que estando o $\underline{\ell}$ fixado, a variação do \underline{t} referente à condição de entalhes U-RASOS se faz acompanhar também de uma variação, em sentido contrário, do raio \underline{r} na raiz do entalhe, ou seja, enquanto o \underline{t} aumenta o \underline{r} diminui. Somente a partir da condição do entalhe SEMICIRCULAR, quando $t = r = \frac{\ell}{2}$, é que o aumento do \underline{t} não se faz acompanhar de uma variação no raio \underline{r} do entalhe, uma vez que, desde então, esse raio permanecerá com o seu valor fixo $\ell/2$ até o último caso referente à condição de entalhes U-PROFUNDOS quando se terá $t = \frac{D}{2}$.
- 5º) É importante citar que na condição de entalhes U-RASOS, onde \underline{r} é variável, a relação entre \underline{r} , \underline{t} e $\underline{\ell}$ é

$$r = \frac{1}{2t} \left[t^2 + \frac{\ell^2}{4} \right]$$

ou, como mostra a Equação (III.4),

$$\frac{r}{D} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{t}{D}\right)^{-1} \cdot \left[\left(\frac{t}{D}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\ell}{D}\right)^2\right]$$

Observe-se que esta relação só tem validade para

$$t \leq \frac{\ell}{2} \implies \frac{t}{D} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{D} \quad \text{ou} \quad \frac{t}{D} \leq \frac{1}{2} \cdot \alpha.$$

6º) Com base no que até aqui se expôs, verifique-se:

- Quando $\frac{\ell}{D} = \alpha < 1 \implies \ell < D \quad \therefore \quad \frac{\ell}{2} < \frac{D}{2}$; nesta condição é possível se ter:

$$0 < t < \frac{\ell}{2} \implies \text{entalhes U-RASOS}$$

$$t = \frac{\ell}{2} \implies \text{entalhe SEMICIRCULAR}$$

$$\frac{\ell}{2} < t < \frac{D}{2} \implies \text{entalhes U-PROFUNDOS}$$

e, portanto, os três tipos de entalhes-U poderão ocorrer.

- Quando $\frac{\ell}{D} = \alpha = 1 \implies \ell = D \quad \therefore \quad \frac{\ell}{2} = \frac{D}{2}$; nesta condição é possível se ter:

$$0 < t < \frac{\ell}{2} \implies \text{entalhes U-RASOS}$$

$$t = \frac{\ell}{2} = \frac{D}{2} \Rightarrow \text{entalhe SEMICIRCULAR}$$

e somente esses dois tipos de entalhes-U poderão ser obtidos.

- Quando $\frac{\ell}{D} = \alpha > 1 \Rightarrow \ell > D \therefore \frac{\ell}{2} > \frac{D}{2}$; nes
ta condição só poderemos ter:

$$0 < t \leq \frac{D}{2} < \frac{\ell}{2}$$

e, portanto, todos os entalhes serão do tipo U-RASOS.

7º) Assim sendo, é conveniente que $\frac{\ell}{D} = \alpha < 1$ para terem-se todos os tipos possíveis de entalhes-U sobre a peça.

Resumindo o que acabamos de apresentar, podemos dizer:

Neste nosso trabalho, onde se fixam os valores de ℓ/D e variam-se os valores do t/D , estuda-se o comportamento do fator de concentração de tensões com o aumento da profundidade t do entalhe.

Por exemplo: numa peça com ℓ/D fixado (em um valor menor que 1) o entalhe se comporta, ante o aumento dos valores de t/D , da forma ilustrada na Figura IV.1; ou seja, ele começa sendo um entalhe U-RASO (1), passa pela condição intermediária de entalhe SEMICIRCULAR (2) e, depois torna-se um entalhe U-PROFUNDO (3).

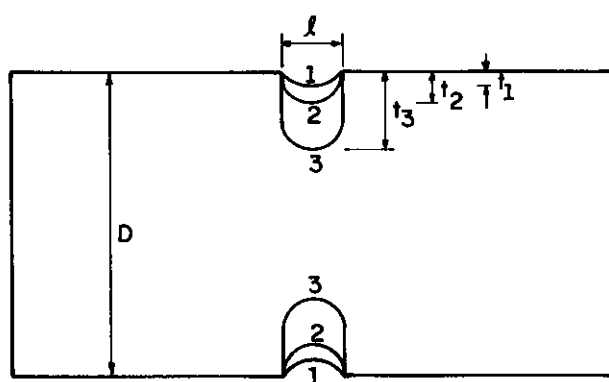


FIGURA IV.1

Como tem sido mencionado antes, isto só acontece se o valor fixado para o ℓ/D for menor que 1 e, quanto menor for este valor mais rapidamente o entalhe passa da condição de U-RASO para a condição de U-PROFUNDO.

Explicando melhor: o maior valor que t/D pode assumir é $1/2$ e esta situação corresponde ao caso limite onde os entalhes rompem a própria peça; sabemos que na condição do entalhe SEMICIRCULAR, $t = r = \frac{\ell}{2} \Rightarrow \frac{t}{D} = \frac{r}{D} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{D}$. Daí, facilmente se percebe que para $\frac{t}{D} < \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{D}$ o entalhe será U-RASO e que para $\frac{t}{D} > \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{D}$ o entalhe será U-PROFUNDO.

Assim sendo, só haverá entalhe U-PROFUNDO se $\frac{t}{D} > \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{D}$ e como o limite máximo para valores do t/D é $1/2$, conclui-se que para a existência desse tipo de entalhe deveremos ter $\frac{\ell}{D} < 1$. E o valor de ℓ/D deve ser bem menor que 1, pois caso contrário, a condição de entalhe U-PROFUNDO ocorrerá quase com o rompimento total da peça por parte da profundidade dos entalhes.

IV.2 - ANÁLISE DA PEÇA TRACIONADA

IV.2.1 - Procedimento Geral

A análise da peça em TRAÇÃO SIMPLES mostrada na Figura IV.2, será por nós desenvolvida mediante os seguintes passos:

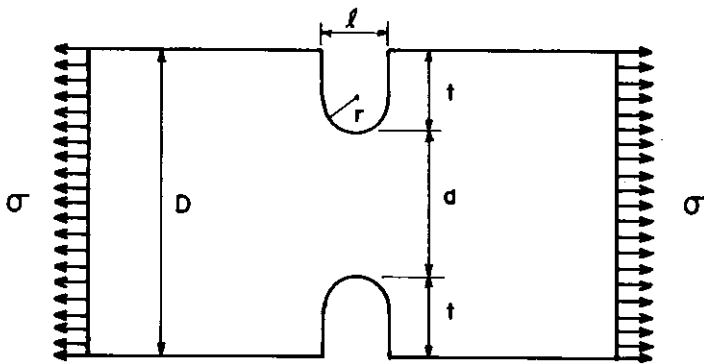


FIGURA IV.2

1º) Fixaremos valores para ℓ/D , sempre menores que 1, a fim

de que se tenham, em cada caso, os três tipos de entalhes-U. Mais precisamente: para $\ell/D = \alpha$, com $\alpha < 1$, fixaremos o valor de D obtendo, por consequência, a fixação do ℓ em $\alpha \cdot D$.

2º) Para cada ℓ/D fixado, faremos variar o t/D desde zero até $1/2$, ou seja, $0 < t/D < 1/2$. Mais precisamente: com a fixação de D , a variação de t/D representa diretamente a variação da profundidade t do entalhe.

3º) Para cada par de valores $(\ell/D, t/D)$ considerado, calcularemos os fatores de concentração de tensões K_{N1} , K_{N2-T} e K_{N3-T} , usando as expressões:

- Fórmula de Baratta e Neal:

$$K_{N1} = K_{tn} = (0,780 + 2,243 \sqrt{\frac{t}{r}}) \left[0,993 + 0,180 \left(\frac{2t}{D}\right) - 1,060 \left(\frac{2t}{D}\right)^2 + 1,710 \left(\frac{2t}{D}\right)^3 \right] \left(1 - \frac{2t}{D}\right) \quad (IV.1)$$

- Fórmula de Neuber

$$K_{N2-T} = K_{tn} = 1 + \frac{(K_1 - 1)(K_{2-T} - 1)}{\sqrt{(K_1 - 1)^2 + (K_{2-T} - 1)^2}} \quad (IV.2)$$

onde $K_1 = 1 + 2 \sqrt{t/r}$ (IV.3)

$$K_{2-T} = \frac{2 \left\{ (t/r) \left(\frac{1}{2t/D} - 1 \right) + 1 \right\} \left\{ (t/r) \left(\frac{1}{2t/D} - 1 \right) \right\}^{1/2}}{\left\{ (t/r) \left(\frac{1}{2t/D} - 1 \right) + 1 \right\} \cdot \tan^{-1} \left\{ (t/r) \left(\frac{1}{2t/D} - 1 \right) \right\}^{1/2} + \left\{ (t/r) \left(\frac{1}{2t/D} - 1 \right) \right\}^{1/2}} \quad (IV.4)$$

- Fórmula de Heywood:

$$K_{N3-T} = K_{tn} = 1 + \left[\frac{t/r}{\frac{1,55}{(1-2t/D)} - 1,3} \right]^n \quad (IV.5)$$

onde,

$$n = \frac{\left(\frac{1}{1-2t/D} - 1 \right) + 0,5 (t/r)^{1/2}}{\left(\frac{1}{1-2t/D} - 1 \right) + (t/r)^{1/2}} \quad (IV.6)$$

4º) Para os pares de valores $(\ell/D, t/D)$ cujas grandezas correspondentes de $(r/d, D/d)$ figuram dentro dos limites do Âbaco II, extrairemos deste âbaco os valores relativos ao K_{EXP-T} .

Sobre o uso das fórmulas acima apresentadas, dentro da classe de valores considerada para os parâmetros de nossa análise, veja-se o item a seguir.

IV.2.2 - Emprego das Fórmulas

Estas expressões, mais precisamente as de K_{N1} e K_{N3-T} , foram preparadas em correspondência a uma classe específica de valores para os parâmetros característicos da peça em análise. A sua utilização, portanto, deve ser feita em conformidade com essa classe de valores para assegurar a confiabilidade dos resultados e, por este motivo, é indispensável apresentar aqui esses intervalos de aplicabilidade das mesmas.

IV.2.2.1 - Fórmula de Baratta e Neal

No seu trabalho "Stress-Concentration Factors in U-Shaped and Semi-Elliptical Shaped Edge Notches", Baratta e Neal apresentam fatores de concentração de tensões para entalhes-U em chapas semi-infinitas determinados por métodos teóricos. Ante a natureza complexa do problema analítico, uma aproximação semi-analítica usando fatores de correção para a largura finita foi aplicada a estes resultados, para obter fatores de concentração de tensões aplicáveis ao caso mais prático de entalhes-U simétricos, em chapas de largura finita.

A expressão de K_{N1} , anteriormente apresentada pela Equação (IV.1), resulta dessa aproximação e fornece o fator de concentração de tensões para a chapa tracionada com uma precisão de $\pm 3,5\%$, ou melhor, com um desvio de $3,5\%$ para mais ou para menos, segundo determinação deles próprios, em relação a dados experimentais encontrados na literatura que eles usaram para comparação.

Nesta expressão, o parâmetro t/r pode variar de 1 a 361 e o parâmetro t/D desde zero até 0,723. Observe-se que se o parâmetro t/r só assume valores maiores ou iguais a 1, essa fórmula só se aplica aos casos de entalhes SEMICIRCULAR e U-PROFUNDOS.

Entretanto, no item (A). (c) do Capítulo 2 de seu livro Stress Concentration Factors [1], referindo-se a esta expressão quando de sua comparação com o gráfico da Figura 17, preparada com resultados experimentais, Peterson afirma que ela fornece valores em boa concordância com as curvas cheias desse gráfico, ou seja, $D/d = 1,2, 1,3, 1,5$ e 2 , para $r/d < 0,25$, o que corresponde conforme Equação (III.3) a $t/r > 0,4, 0,6, 1$ e 2 , respectivamente. Note-se que nas duas primeiras curvas acima consideradas, a expressão foi utilizada para avaliar o fator de concentração de tensões em alguns entalhes U-RASOS, também.

Na nossa análise, onde serão fixados os valores de ℓ/D e faremos variar os valores de t/D , o K_{N1} será calculado sempre que ocorrerem simultaneamente as seguintes condições: $1 \leq t/r < 361$ e $0 < t/D < 0,3615$.

IV.2.2.2 - Fórmula de Neuber

A Fórmula de Neuber para o fator de concentração de tensões K_{N2-T} , referente a este caso da TRAÇÃO SIMPLES, faz uso dos valores exatos do fator de concentração de tensões K_1 para o entalhe elíptico pouco profundo e do fator de concentra

ção de tensões K_{2-T} para o entalhe hiperbólico profundo, em peças infinitamente largas, identicamente solicitadas.

A combinação suposta por Neuber entre esses dois casos limites K_1 e K_{2-T} para obtenção do K_{N2-T} modifica os seus valores para peças de largura finita com entalhes de profundidade arbitrária e é feita da seguinte maneira:

$$\frac{1}{(K_{N2-T} - 1)^2} = \frac{1}{(K_1 - 1)^2} + \frac{1}{(K_{2-T} - 1)^2}$$

ou, conforme mostra a Equação (IV.2),

$$K_{N2-T} = 1 + \frac{(K_1 - 1)(K_{2-T} - 1)}{\sqrt{(K_1 - 1)^2 + (K_{2-T} - 1)^2}}$$

onde K_1 e K_{2-T} são dados pelas Equações (IV.3) e (IV.4), respectivamente.

Nenhum limite sobre o entalhe ou geometria da chapa é indicado por Neuber, nem são dadas as precisões para essas equações de K_1 , K_{2-T} e K_{N2-T} .

Sobre esta Fórmula Peterson ^[1] comenta: uma vez que o uso do expoente 2 é arbitrário, ela não é uma expressão exata. Investigações recentes têm proporcionado valores mais precisos para a classe de parâmetros por elas envolvida e acrescenta: se uma peça real a ser projetada possui uma ranhura ou

um entalhe que é ou muito profundo ou pouco profundo, a aproximação de Neuber será conveniente, mas para valores de d/D em torno de $1/4$, o fator de concentração de tensões de Neuber pode ser tanto quanto 12% mais baixo, estando assim no lado inseguro sob um ponto de vista de projeto. Valores mais exatos têm sido obtidos para as classes de parâmetros mais usadas; porém, quando um valor para uma condição extrema tal como um r/d muito pequeno ou muito grande (o que corresponde a um t/r muito grande ou muito pequeno, respectivamente) é procurado, o método de Neuber é o único meio de obter um fator usável.

Nesta nossa análise, a Fórmula de Neuber será empregada para avaliar o fator de concentração de tensões sobre toda a classe de valores considerada para os nossos parâmetros. Isto será feito com o objetivo principalmente de conferir o que tem sido comentado a respeito dos resultados por ela fornecidos, ou seja, verificar se os valores do K_{N2-T} estão sempre aumentando com o aumento da profundidade dos entalhes; verificar se para valores intermediários de t/D os seus resultados figuram bem aquém dos dados pelas outras expressões ou por investigações experimentais; e assim por diante.

IV.2.2.3 - Fórmula de Heywood

Heywood ³ combinou empiricamente dados experimentais e deduziu uma expressão para o fator de concentração de tensões associado à peça aqui em análise, que é dada pela Equação (IV.5) anteriormente apresentada.

Segundo afirmação dele próprio, uma excelente concordância geral é obtida através do uso desta fórmula com os resultados experimentais de vários investigadores, sobre toda a classe de valores para D/d desde 1,01 até 5 e para t/r desde 0,01 até 30.

Em termos dos parâmetros por nós empregados, essa variação corresponde a uma variação de valores para t/D desde 0,0049505 até 0,4, conforme se obtém da Equação (III.2), e para t/r desde 0,01 até 30.

Ao contrário do que afirmou sobre a Fórmula de Baratta e Neal, referindo-se a esta expressão de Heywood quando de sua comparação com o gráfico da Figura 17, preparada com resultados experimentais, Peterson ^[1] diz que ela fornece valores em melhor concordância com as curvas cheias desse gráfico, ou seja, $D/d = 1,2, 1,3, 1,5$ e 2 , para $r/d > 0,25$, o que corresponde conforme Equação (III.3) a $t/r < 0,4, 0,6, 1$ e 2 , respectivamente.

Neste nosso estudo, empregaremos a Fórmula de Heywood para avaliar o fator de concentração de tensões sobre toda a classe de valores considerada para os parâmetros usados. Pode parecer que nos casos onde $t/r < 0,01$ ou $t/D > 0,4$ estamos fazendo uma extrapolação para os limites de sua aplicação; entretanto, não é este o pensamento que temos, pois os valores apresentados por Heywood para os parâmetros de sua equação correspondem à classe de valores dentro da qual os seus resultados foram comparados com dados experimentais, não significando portanto, limites fixados para sua aplicabilidade. Outro fato que reforça essa nossa interpretação é que o próprio Heywood emprega a sua expressão de origem para chegar às formas particularizadas por ele apresentadas para avaliar o fator de concentração de tensões nos casos limites em que $t/D \rightarrow 0$ e $t/D \rightarrow 1/2$.

Veremos a seguir, o comportamento dessa expressão nestes dois casos limites, dentro das características de nossa

análise.

No caso em que $t/D \rightarrow 0$, o expoente $n \rightarrow 0,5$, a parcela $\frac{1,55}{1 - 2 t/D} \rightarrow 1,55$ e a expressão do K_{N3-T} tenderá para a forma

$$K_{N3-T} = 1 + \left[\frac{1}{0,25} \cdot \frac{t}{r} \right]^{0,5} \Rightarrow K_{N3-T} = 1 + 2 \sqrt{t/r}$$

Para o caso limite em que $t/D \rightarrow 1/2$, a expressão de n nos conduz a uma indeterminação e algumas transformações algébricas serão portanto, necessárias.

1º) Seja,

$$K_{N3-T} = 1 + \left[\frac{\frac{t/r}{\frac{1,55}{1 - 2 t/D} - 1,3}}{1} \right]^n$$

com,

$$n = \frac{\left(\frac{1}{1 - 2 t/D} - 1 \right) + 0,5 (t/r)^{1/2}}{\left(\frac{1}{1 - 2 t/D} - 1 \right) + (t/r)^{1/2}}$$

2º) É sabido que $\frac{1}{1 - 2 t/D} = \frac{D}{d}$ e quando $t/D \rightarrow 1/2 \Rightarrow D/d \rightarrow \infty$.

- 3º) Fazendo $\frac{D}{d} = \Delta$ e substituindo-o nas expressões do K_{N3-T} e do n , obteremos:

$$K_{N3-T} = 1 + \left[\frac{1}{1,55 \Delta - 1,3} \cdot \frac{t}{r} \right]^n$$

com

$$n = \frac{(\Delta - 1) + 0,5 (t/r)^{1/2}}{(\Delta - 1) + (t/r)^{1/2}}$$

- 4º) Neste nosso estudo onde ℓ/D é fixado em um valor α , com $\alpha < 1$, e o t/D varia de zero até $1/2$, a partir da condição do entalhe SEMICIRCULAR onde $\frac{t}{D} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{D}$, o parâmetro r/D assume um valor que se manterá constante até o caso limite em que $t/D \rightarrow 1/2$.

- 5º) Exprimindo o parâmetro t/r em termos do r/D , teremos:

$$\frac{t}{r} = \frac{t}{D} : \frac{r}{D} \quad \therefore \quad \frac{t}{r} = \frac{t}{D} \cdot \left(\frac{r}{D}\right)^{-1}$$

como,

$$\frac{t}{D} = \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{D}{d}\right)^{-1} \right] \quad \text{e} \quad \frac{D}{d} = \Delta \implies$$

$$\implies \frac{t}{r} = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{\Delta} \right] \cdot \left(\frac{r}{D}\right)^{-1} \quad \therefore \quad \frac{t}{r} = \frac{\Delta-1}{2} \cdot \frac{1}{\Delta} \cdot \left(\frac{r}{D}\right)^{-1}$$

6º) Substituindo essa expressão do t/r nas equações imediatamente anteriores do \underline{n} e do K_{N3-T} , obteremos:

$$n = \frac{(\Delta - 1) + \frac{1}{2} \left[\frac{\Delta - 1}{2} \cdot \frac{1}{\Delta} \cdot \left(\frac{r}{D}\right)^{-1} \right]^{1/2}}{(\Delta - 1) + \left[\frac{\Delta - 1}{2} \cdot \frac{1}{\Delta} \cdot \left(\frac{r}{D}\right)^{-1} \right]^{1/2}} \dots$$

$$\dots n = \frac{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{3/2} \cdot \left(\frac{1}{\Delta-1}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{r}{D}\right)^{-1/2}}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{1}{\Delta-1}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{r}{D}\right)^{-1/2}}$$

$$K_{N3-T} = 1 + \left[\frac{1}{1,55 \Delta - 1,3} \cdot \frac{\Delta - 1}{2} \cdot \frac{1}{\Delta} \cdot \left(\frac{r}{D}\right)^{-1} \right]^n \dots$$

$$\dots K_{N3-T} = 1 + \left[\frac{1 - \frac{1}{\Delta}}{1,55 - 1,3 \left(\frac{1}{\Delta}\right)} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\Delta} \cdot \left(\frac{r}{D}\right)^{-1} \right]^n$$

7º) Quando $D/d = \Delta \rightarrow \infty$, o que corresponde a $t/D \rightarrow 1/2$, teremos $1/\Delta \rightarrow 0$ e $1/(\Delta - 1) \rightarrow 0$; a partir das expressões que acabamos de obter para \underline{n} e K_{N3-T} , podemos verificar que neste caso $n \rightarrow 1$ tornando $K_{N3-T} \rightarrow 1$, também.

IV.2.3 - Comentário Final

É importante relembrar que Baratta e Neal ^[11]

comparando os resultados apresentados por essas três fórmulas com dados experimentais obtidos por diversos pesquisadores, para várias classes de valores consideradas, dentre as quais o $(t/r)_{\min} = 1$, $(t/r)_{\max} = 38,39$, $(2t/D)_{\min} = 0,05$ e $(2t/D)_{\max} = 0,73$, comprovaram que a expressão deles fornece fatores de concentração de tensões acima do K_{EXP} em 55% dos casos; a fórmula de Neuber em apenas 6% dos casos e a expressão de Heywood em 35% deles.

Como conclusão (Vide item III.8.3, do Capítulo anterior), eles afirmam que apenas a sua expressão e a expressão de Heywood podem ser usadas para prognosticar com segurança os fatores de concentração de tensões referentes a este tipo de peça.

Em face disto, deveríamos ter desprezado a avaliação desses fatores pela expressão de Neuber; não o fizemos, porém, com o objetivo de comparar mais uma vez os resultados dela provenientes com os obtidos pelas expressões apontadas.

IV.3 - ANÁLISE DA PEÇA EM FLEXÃO PURA

IV.3.1 - Procedimento Geral

A análise da peça em FLEXÃO PURA ilustrada na Figura IV.3, é feita mediante o mesmo procedimento : citado no item IV.2.1 para a peça em TRAÇÃO SIMPLES.

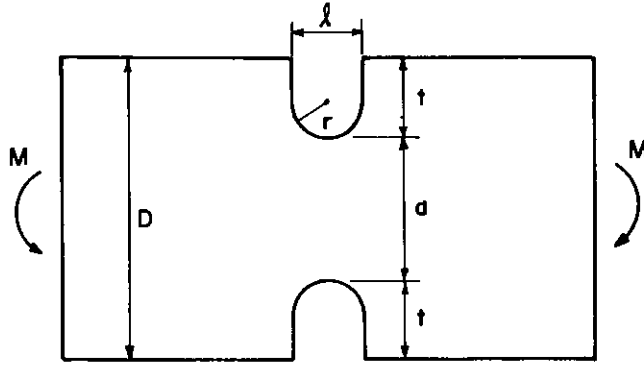


FIGURA IV.3

Uma diferença porém, é que para cada par de valores $(l/D, t/D)$ considerado, calcularemos os fatores de concentração de tensões K_{N2-F} e K_{N3-F} referentes a este caso da peça em flexão, usando as expressões:

- Fórmula de Neuber

$$K_{N2-F} = K_{tn} = 1 + \frac{(K_1 - 1) (K_{2-F} - 1)}{\sqrt{(K_1 - 1)^2 + (K_{2-F} - 1)^2}} \quad (IV.7)$$

onde $K_1 = 1 + 2 \sqrt{t/r}$

$$K_{2-F} = \frac{4 \left\{ (t/r) \left(\frac{1}{2t/D} - 1 \right) \right\} \left\{ (t/r) \left(\frac{1}{2t/D} - 1 \right) \right\}^{1/2}}{3 \left\{ \left[(t/r) \left(\frac{1}{2t/D} - 1 \right) - 1 \right] \cdot \tan^{-1} \left[(t/r) \left(\frac{1}{2t/D} - 1 \right) \right]^{1/2} + \left[(t/r) \left(\frac{1}{2t/D} - 1 \right) \right]^{1/2} \right\}} \quad (IV.8)$$

- Fórmula de Heywood

$$K_{N3-F} = K_{tn} = 1 + \left[\frac{t/r}{\frac{4,27}{1 - 2 t/D} - 4} \right]^{0,85} \quad (IV.9)$$

Outra diferença também existente, diz respeito aos valores do K_{EXP-F} que serão obtidos, neste caso, a partir do Ábaco VI, para os valores de $(l/D, t/D)$ cujos resultados correspondentes de $(r/d, D/d)$ figuram entre os limites do referido ábaco.

Com relação ao uso das fórmulas do K_{N2-F} e K_{N3-F} há pouco mostradas, dentro da classe de valores considerada para os parâmetros de nossa análise, veja-se o item a seguir.

IV.3.2 - Emprego das Fórmulas

A expressão do K_{N2-F} obtida por Neuber é de dedução puramente teórica; a expressão do K_{N3-F} , porém, foi preparada empiricamente em correspondência com resultados experimentais relativos a uma classe específica de valores para os parâmetros característicos da peça em análise. A sua utilização, portanto, deve ser feita em conformidade com essa classe de valores para assegurar a confiabilidade dos resultados e, por este motivo, é indispensável apresentar aqui esses intervalos de aplicabilidade da mesma.

IV.3.2.1 - Fórmula de Neuber

A Fórmula de Neuber para o fator de concentração de tensões K_{N2-F} referente a este caso da peça de largura finita em FLEXÃO PURA, tem a mesma configuração da Expressão (IV.2) correspondente ao caso desta peça em TRAÇÃO SIMPLES; ela faz uso dos valores exatos do fator de concentração de tensões K_1 para o entalhe elíptico pouco profundo e do fator de concentração de tensões K_{2-F} para o entalhe hiperbólico profundo, em peças in finitamente largas sob solicitação idêntica (no caso, flexão pura).

Como a expressão do K_1 para a peça em FLEXÃO PURA é a mesma da peça em TRAÇÃO SIMPLES, a única diferença para a fórmula do K_{N2} entre os dois casos K_{N2-T} e K_{N2-F} se faz sentir na expressão do K_2 que assume configuração diferente da TRAÇÃO SIMPLES (K_{2-T}) para a FLEXÃO PURA (K_{2-F}), sendo dadas pelas Equações (IV.4) e (IV.8) respectivamente.

No Apêndice A do Livro de Peterson ^[2] de onde estas expressões foram obtidas, nenhum limite sobre o entalhe ou geometria da peça é indicado para aplicação dessas equações, nem são dadas as precisões das mesmas. Assim sendo, tal como no caso da tração simples, esta Fórmula de Neuber será usada nesta nossa análise da peça em flexão pura, para avaliar o fator de concentração de tensões sobre toda a classe de valores considerada para os nossos parâmetros.

IV.3.2.2 - Fórmula de Heywood

Baseado principalmente nas investigações de Frocht, Heywood deduziu empiricamente uma fórmula para o cálculo do fator de concentração de tensões numa chapa de largura finita com entalhes U-simétricos, submetida à flexão no seu próprio plano.

Sua expressão que se apresenta na Equação (IV.9) fornece o fator de concentração de tensões em ambos os filetes, tracionado e comprimido.

No seu Livro "Designing by Photoelasticity" [3], de onde esta fórmula foi retirada, Heywood afirma que pontos experimentais na classe D/d desde 1,05 até 5 e de t/r desde 0,06 até 6,6 foram considerados na dedução da mesma, e boa concordância foi obtida sobre a classe inteira. Continuando, ele diz: o caso limite de Inglis correspondente a uma ranhura elíptica pequena (entalhe elíptico pouco profundo) numa chapa submetida à flexão, dando $K=1+2\sqrt{t/r}$, não parece estar em conformidade com os resultados experimentais e, conseqüentemente, não é possível para a fórmula empírica abranger ambos os resultados, experimentais e este caso limite.

Aqui no nosso trabalho esta fórmula será usada exclusivamente dentro dos limites acima citados, que em termos dos nossos parâmetros correspondem a t/D desde 0,02381 ($\sim 0,025$) até 0,4 e t/r desde 0,06 até 6,6.

IV.4 - ATRIBUIÇÃO DE VALORES AOS PARÂMETROS DE NOSSA ANÁLISE

Tanto para a peça em TRAÇÃO SIMPLES como em FLEXÃO PURA, a análise se desenvolve com a fixação de valores menores que 1 para o parâmetro ℓ/D e variação dos valores de t/D .

Com relação aos valores fixados para o ℓ/D , devendo satisfazer a condição $0 < \ell/D < 1$ já explicada antes, resolvemos arbitrariamente considerá-los com um espaçamento de 0,05, começando de $\ell/D = 0,1$ até $\ell/D = 0,9$. Entretanto, é possível notar três valores para ele considerados que não harmonizam com o referido espaçamento; estes valores são $1/6$, $3/13$ e $1/3$ e, juntamente com $1/2$, correspondem aos valores assumidos pelo ℓ/D na condição do entalhe SEMICIRCULAR sobre as curvas $D/d = 1,2$, $1,3$, $1,5$ e 2 , respectivamente, apresentadas nos âbacos II e VI tratados no Capítulo anterior.

Para a variação do t/D , a ser feita no intervalo de zero a $1/2$, consideramos uma primeira atribuição como sendo $t/D = 0,005$ e a partir da consideração $t/D = 0,025$, mantendo um espaçamento de 0,025 entre dois valores consecutivos, chegamos até $t/D = 0,475$. Será observado, porém, que intercalados entre os valores assim atribuídos ao t/D figuram três outros, ou seja, $1/12$, $3/26$ e $1/6$, que não obedecem ao citado espaçamento entre os seus vizinhos. Estes valores, juntamente com $t/D = 1/4$, foram aí introduzidos por corresponderem, respectivamente e conforme Equação (III.2), aos valores do D/d que caracterizam as quatro curvas acima referenciadas dos âbacos II e VI; essas quatro curvas do Âbaco II e as quatro análo

gas do Ábaco VI serão usadas para a obtenção dos valores do $K_{\text{EXP-T}}$ e $K_{\text{EXP-F}}$, respectivamente, que figurarão neste nosso trabalho.

Nós não pudemos ilustrar o nosso estudo com dados experimentais obtidos por nós mesmos e, por este motivo, tivemos que colhê-los da literatura especializada a partir de ensaios desenvolvidos pelos pesquisadores do assunto. As curvas desses ábacos II e VI, principalmente as quatro em questão, provêm de dados experimentais confiáveis.

PARTE III

RESULTADOS E CONCLUSÕES

CAPÍTULO V

PREPARAÇÃO DE TABELAS

V.1 - INTRODUÇÃO

Como resultado deste estudo será preparada uma ta bela bem ampla onde, a partir dos valores atribuídos aos parâme tros ℓ/D , t/D e dos valores correspondentes do t/r , serão apresentados os valores assumidos pelos fatores K_{N1} , K_{N2-T} , K_{N3-T} e K_{EXP-T} para a peça em TRACÇÃO SIMPLES e, pelos fatores K_{N2-F} , K_{N3-F} e K_{EXP-F} para a peça em FLEXÃO PURA, obtidos das fórmulas ou ábacos referenciados no Capítulo anterior.

Várias TABELAS AUXILIARES serão, porém, utilizadas para a elaboração desta TABELA PRINCIPAL; com base nela, será ain da apresentada uma TABELA DAS DIFERENÇAS PERCENTUAIS entre os va lores experimentais disponíveis dos K_{EXP} e os resultados dos K_{Ni} a eles correspondentes.

Todas essas tabelas estão comentadas nos itens a seguir.

V.2 - COMENTÁRIO DA TABELA AUXILIAR Nº 1

Para cada valor fixado do D/d referente às curvas totalmente cheias do Ábaco II, ou as suas análogas no Ábaco VI, a Tabela Auxiliar Nº 1, esboçada à página 116 adiante, indica o valor do t/D a ele correspondente e também o valor do ℓ/D que

caracteriza a condição do entalhe SEMICIRCULAR.

A correspondência entre D/d e t/D é feita mediante a Equação (III.2), enquanto o valor do ℓ/D para o entalhe semicircular relativo a cada D/d considerado é obtido da expressão $\ell/D = 2 \cdot t/D$, em consequência das características específicas deste tipo de entalhe que são $\ell = 2r$ e $r = t$.

V.3 - COMENTÁRIO DA TABELA AUXILIAR Nº 2

Para cada valor do ℓ/D considerado, esta Tabela Auxiliar Nº 2, vista à página 117 um pouco à frente, apresenta as variações de valores dos parâmetros t/D e r/D correspondentes à condição de entalhes U-RASOS, SEMICIRCULAR e U-PROFUNDOS.

Sua preparação deve-se porém, à observação dos seguintes aspectos:

1. De acordo com o que foi visto no Item IV.1 do Capítulo anterior, para um ℓ/D fixado em um valor menor que 1, devemos ter

$$\text{- Entalhes U - RASOS quando } 0 < t < \frac{\ell}{2} \implies$$

$$\implies 0 < \frac{t}{D} < \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{D}$$

$$\text{- Entalhe SEMICIRCULAR quando } t = \frac{\ell}{2} \implies \frac{t}{D} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{D}$$

- Entalhes U-PROFUNDOS quando $\frac{\ell}{2} < t < \frac{D}{2} \implies$

$$\implies \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{D} < \frac{t}{D} < \frac{1}{2}$$

2. A partir das expressões específicas apresentadas no Item III.3.2 do Capítulo III, verificamos que para um mesmo valor do ℓ/D os entalhes U-RASOS se caracterizam por valores de r/D que variam com os valores atribuídos ao t/D segundo a Equação (III.4), enquanto o entalhe SEMICIRCULAR e os entalhes U-PROFUNDOS são caracterizados por um r/D de valor fixo, dado pela Equação (III.7).

Associando então, as variações do t/D para cada tipo de entalhe ao comportamento a ele correspondente do r/D veremos que para um ℓ/D fixado em um valor menor que 1, devemos ter:

- Entalhes U-RASOS caracterizados por

$$0 < \frac{t}{D} < \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{D}$$

$$\infty > \frac{r}{D} > \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{D}$$

- Entalhe SEMICIRCULAR caracterizado por

$$\frac{t}{D} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{D}$$

$$\frac{r}{D} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{D}$$

- Entalhes U-PROFUNDOS caracterizados por

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{D} < \frac{t}{D} < \frac{1}{2}$$

$$\frac{r}{D} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{D}$$

Através das expressões acima é fácil perceber que os resultados da Tabela Auxiliar Nº 2 correspondem ao valor assumido em cada caso pela expressão $\frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{D}$.

V.4 - COMENTÁRIO DA TABELA AUXILIAR Nº 3

A Tabela Auxiliar Nº 3, indicada às páginas 118 a 119 deste trabalho, apresenta a correlação entre os valores atribuídos aos parâmetros ℓ/D , t/D e os valores correspondentes assumidos pelos parâmetros D/d , r/D , r/d e t/r , que também caracterizam a peça em estudo.

Observe-se que para cada valor do t/D , o D/d é obtido da Equação (III.2).

Observe-se também, sobre esta e em quase todas as tabelas preparadas, que para cada ℓ/D considerado existe uma

coluna t/D com valores grifados, correspondendo exatamente à condição do entalhe SEMICIRCULAR para o valor referido do ℓ/D . Conforme mostra a Equação (III.7), esta situação ocorre quando

$\frac{t}{D} = \frac{r}{D} = \frac{1}{2} \frac{\ell}{D}$ e os tais valores grifados devem ser obtidos dessa Equação (III.7) juntamente com a Equação (III.8) que caracterizam o entalhe semicircular.

Para o ℓ/D considerado, todos os valores à esquerda da coluna grifada correspondem a entalhes U-RASOS e devem ser obtidos das Equações (III.4), (III.5) e (III.6), enquanto os valores situados à direita da referida coluna correspondem a entalhes U-PROFUNDOS, devendo ser calculados pelas Eqs. (III.7), (III.8) e (III.9).

Os valores apresentados nesta tabela foram conferidos a partir da Equação (III.3) que é uma expressão de aplicação geral.

Vale a pena salientar que esses valores do ℓ/D , t/D e D/d usados nas tabelas que ora preparamos correspondem às formas fracionárias indicadas na Tabela V.1 da página a seguir.

Verifique-se que a atribuição desses valores, mais precisamente os de ℓ/D e t/D , foi procedida de tal modo que parece termos fixado o parâmetro D em 20 unidades de comprimento e variado os demais em correspondência com este valor.

TABELA V.1

Formas Fracionárias Correspondentes aos Valores de ℓ/D , t/D e D/d

ℓ/D	VALOR ATRIBUÍDO	0,10	0,15	$\frac{1}{6}$	0,20	$\frac{3}{13}$	0,25	0,30	$\frac{1}{3}$	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90
	FORMA FRACIONÁRIA	$\frac{2}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{3}{13}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{10}{20}$	$\frac{11}{20}$	$\frac{12}{20}$	$\frac{13}{20}$	$\frac{14}{20}$	$\frac{15}{20}$	$\frac{16}{20}$	$\frac{17}{20}$	$\frac{18}{20}$

t/D	VALOR ATRIBUÍDO	0,005	0,025	0,05	0,075	$\frac{1}{12}$	0,10	$\frac{3}{26}$	0,125	0,15	$\frac{1}{6}$	0,175	0,20	0,225	0,25	0,275	0,30	0,325	0,35	0,375	0,40	0,425	0,45	0,475
	FORMA FRACIONÁRIA	$\frac{0,1}{20}$	$\frac{0,5}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1,5}{20}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{3}{26}$	$\frac{2,5}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3,5}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{4,5}{20}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{5,5}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{6,5}{20}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{7,5}{20}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{8,5}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{9,5}{20}$
D/d	VALOR ASSUMIDO	1,01	Δ_1	1,1	Δ_2	1,2	1,25	1,3	1,3	Δ_3	1,5	Δ_4	1,6	1,81	2	2,2	2,5	Δ_5	3,3	4	5	6,6	10	20
	FORMA FRACIONÁRIA	$\frac{20}{19,8}$	$\frac{20}{19}$	$\frac{20}{18}$	$\frac{20}{17}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{20}{16}$	$\frac{13}{10}$	$\frac{20}{15}$	$\frac{20}{14}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{20}{13}$	$\frac{20}{12}$	$\frac{20}{11}$	$\frac{20}{10}$	$\frac{20}{9}$	$\frac{20}{8}$	$\frac{20}{7}$	$\frac{20}{6}$	$\frac{20}{5}$	$\frac{20}{4}$	$\frac{20}{3}$	$\frac{20}{2}$	$\frac{20}{1}$

$\Delta_1 = 1,0526316$

$\Delta_2 = 1,1764706$

$\Delta_3 = 1,4285714$

$\Delta_4 = 1,5384615$

$\Delta_5 = 2,8571429$

V.5 - COMENTÁRIO DA TABELA AUXILIAR Nº 4

Para cada valor do t/D correspondente aos valores fixados do D/d nas curvas cheias do Ábaco II e suas análogas do Ábaco VI, esta Tabela Auxiliar Nº 4, vista à página 120 um pouco adiante, fornece os valores assumidos por t/r , r/d , K_{EXP-T} e K_{EXP-F} em cada valor atribuído ao ℓ/D nesse nosso estudo.

Os valores do t/r e r/d foram transcritos da Tabela Auxiliar Nº 3, enquanto os valores do K_{EXP-T} e K_{EXP-F} foram obtidos em correspondência com os valores assumidos por $(t/D, r/d)$ ou mais precisamente $(D/d, r/d)$, a partir dos ábacos II e VI, respectivamente. Os espaços vazios correspondem a valores além dos limites destes ábacos.

É importante explicar que a presença dos valores de t/r nesta Tabela tem o objetivo apenas de facilitar a classificação do entalhe no tipo correspondente a cada conjunto de valores apresentado. Por causa desta classificação, para cada valor do t/D considerado existe uma coluna do ℓ/D com os quatro valores assinalados, correspondendo exatamente à condição do entalhe SEMICIRCULAR ($t/r = 1$). Os que ficam à sua esquerda referem-se a entalhes U-PROFUNDOS ($t/r > 1$) e os que se situam à sua direita correspondem a entalhes U-RASOS ($t/r < 1$).

V.6 - COMENTÁRIO DA TABELA AUXILIAR Nº 5

Para os valores do ℓ/D e t/D considerados, esta

Tabela Auxiliar Nº 5 mostrada às páginas 121 a 123 deste trabalho, apresenta os valores correspondentes dos parâmetros t/r , n , K_1 , K_{2-T} e K_{2-F} .

Os valores do t/r foram transcritos da Tabela Auxiliar Nº 3 para serem usados na obtenção dos outros elementos aqui envolvidos. Os valores do n , que serão usados para a determinação do K_{N3-T} apresentado na Tabela Principal, foram calculados com base na Equação (IV.6), enquanto os valores do K_1 , K_{2-T} e K_{2-F} , a serem empregados para a obtenção do K_{N2-T} , K_{N2-F} dados na Tabela Principal, foram determinados a partir das Equações (IV.3), (IV.4) e (IV.8), respectivamente.

Tal como na Tabela Auxiliar Nº 3, observe-se que nesta Tabela Auxiliar Nº 5 para cada valor do ℓ/D considerado existe uma coluna do t/D com os cinco valores grifados, correspondendo exatamente à condição do entalhe SEMICIRCULAR. Os valores que ficam a sua esquerda correspondem a entalhes U-RASOS e os que ficam a sua direita correspondem a entalhes U-PROFUNDOS.

V.7 - COMENTÁRIO DA TABELA PRINCIPAL

Para os valores atribuídos ao ℓ/D e t/D neste nosso estudo, a Tabela Principal esboçada às páginas 124 a 127 adiante, fornece os valores dos fatores de concentração de tensões K_{N1} , K_{N2-T} , K_{N3-T} e K_{EXP-T} referentes à peça em TRAÇÃO SIMPLES e, os valores dos fatores de concentração de tensões K_{N2-F} , K_{N3-F} e K_{EXP-F} para a peça em FLEXÃO PURA.

Basicamente fundamentada nas Tabelas Auxiliares Nº 4 e Nº 5, o seu preenchimento foi feito do seguinte modo:

Os valores do K_{N1} foram obtidos da Eq. (IV.1) dentro da classe de valores em que ela podia ser empregada, ou seja, para $1 \leq t/r < 361$ e $0 < t/D < 0,3615$.

Os valores do K_{N2-T} , K_{N3-T} , K_{N2-F} e K_{N3-F} foram calculados a partir das equações (IV.2), (IV.5), (IV.7) e (IV.9), respectivamente.

Os valores do K_{EXP-T} e K_{EXP-F} foram transcritos da Tabela Auxiliar Nº 4, onde já haviam sido obtidos a partir dos âbacos II e VI, respectivamente.

Nesta Tabela Principal também se observa que para cada valor do t/D considerado, existe uma coluna do t/D com todos os valores assinalados, correspondendo exatamente à condição do entalhe SEMICIRCULAR. Os valores que ficam a sua esquerda caracterizam entalhes U-RASOS, enquanto os que se situam a sua direita correspondem a entalhes U-PROFUNDOS.

V.8 - COMENTÁRIO DA TABELA DAS DIFERENÇAS PERCENTUAIS ENTRE OS VALORES DOS K_{Ni} E K_{EXP} CORRESPONDENTES

Analogamente ao que foi feito por F. I. Baratta ^[11], no trabalho que dele comentamos durante o Capítulo III (Item III.8), preparamos também aqui uma tabela onde se comparam os valores experimentais disponíveis do K_{EXP-T} , referentes à peça em TRAÇÃO

SIMPLES, com os correspondentes resultados do K_{N1} , K_{N2-T} e K_{N3-T} ; e os valores experimentais disponíveis do K_{EXP-F} , para a peça em FLEXÃO PURA, com os resultados correspondentes do K_{N2-F} e K_{N3-F} .

Para tornar mais nítida a correlação entre eles, foi calculada e está também indicada na tabela a diferença percentual entre cada valor teórico K_{Ni} e o valor experimental correspondente K_{EXP} , segundo a expressão

$$\% \Delta K_{Ni} = \frac{(K_{Ni} - K_{EXP}) \times 100}{K_{EXP}} \quad (V.1)$$

onde,

$i = 1, 2, 3 \rightarrow$ para a peça em tração simples;

$= 2, 3 \rightarrow$ para a peça em flexão pura.

Esta tabela, que tem o título acima indicado, está esboçada às páginas 128 a 129 um pouco adiante. Os espaços vazios nela observados correspondem a valores não conhecidos para o fator.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES

A fixação do ℓ/D permitiu estudar e obter valores do fator de concentração de tensões nos entalhes-U decorrentes da variação dos outros parâmetros, especialmente de sua profundidade, em peças análogas. A análise desses valores dará a um projetista indicações de cautelas no dimensionamento, quando se alterarem no projeto os valores de ℓ e D mantida, porém, a relação.

O estudo feito facilitou também uma compreensão mais abrangente dos três casos de entalhes-U, cujas características estariam inseridas nos ábacos existentes, porém, de uma forma menos objetiva.

Do ponto de vista prático, o resultado da presente tese condensa-se na coleção de páginas que compõem a Tabela Principal, onde se fornecem os valores dos fatores de concentração de tensões nos entalhes-U para as situações aqui estudadas.

Outra contribuição valiosa é a possibilidade de se compararem, mais uma vez, valores obtidos de fórmulas teóricas semi-empíricas e totalmente empíricas de diversos autores, com dados experimentais conhecidos. Do confronto entre esses valores, feito através da Tabela das Diferenças Percentuais, observa-se que para os dados experimentais disponíveis os fatores de concentração de tensões na peça em tração simples são melhor

aproximados pelos resultados da expressão de Baratta e Neal, principalmente para $t/D < 1/4$. Os resultados provenientes da fórmula de Neuber e da expressão de Heywood estão bem aquém desses dados experimentais, salvo para $t/D = 1/4$ onde os valores de Heywood tornam-se bastante representativos. Infere-se daí, que neste caso da peça em tração simples, a expressão de Baratta e Neal fornece resultados confiáveis do fator de concentração de tensões para $t/D < 1/4$, enquanto a fórmula de Heywood é mais indicada para avaliá-lo a partir de $t/D \geq 1/4$.

Com relação à peça em flexão pura, os valores experimentais do fator de concentração de tensões são subestimados tanto pela fórmula de Neuber como pela equação de Heywood, em todos os casos analisados.

TABELA AUXILIAR Nº 1

"Valores do t/D correspondentes ao D/d das Curvas
Cheias nos Abacos II e VI;
Valores do ℓ/D para o Entalhe Semicircular nessas
Curvas"

D/d	t/D		DO ENTALHE SEMICIRCULAR ℓ/D	
	VALOR ASSUMIDO	FORMA FRACIONÁRIA	VALOR ASSUMIDO	FORMA FRACIONÁRIA
1,2	0,083	1/12	0,16	1/6
1,3	0,1153846	3/26	0,2307692	3/13
1,5	0,16	1/6	0,3	1/3
2	0,25	1/4	0,5	1/2

TABELA AUXILIAR Nº 2

Variação dos Valores de t/D e r/D em Cada Tipo de Entalhe, para o ℓ/D Fixado

$\ell/D \rightarrow$		0,1	0,15	1/6	0,20	3/13	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90
ENTALHES U-RASOS	$0 < t/D < \dots$	0,05	0,075	1/12	0,10	3/26	0,125	0,15	1/6	0,175	0,20	0,225	0,25	0,275	0,30	0,325	0,35	0,375	0,40	0,425	0,45
	$\infty > r/D > \dots$																				
ENTALHE SEMICIRCULAR	$t/D = \dots$	0,05	0,075	1/12	0,10	3/26	0,125	0,15	1/6	0,175	0,20	0,225	0,25	0,275	0,30	0,325	0,35	0,375	0,40	0,425	0,45
	$r/D = \dots$																				
ENTALHES U-PROFUNDOS	$\dots < t/D < \frac{1}{2}$	0,05	0,075	1/12	0,10	3/26	0,125	0,15	1/6	0,175	0,20	0,225	0,25	0,275	0,30	0,325	0,35	0,375	0,40	0,425	0,45
	$r/D = \dots$																				

TABELA AUXILIAR Nº 3

Correlação Entre os Valores Atribuídos a ℓ/D e t/D , e Valores Assumidos por D/d , r/D , r/d e t/r

	D/d	100/99	20/19	20/18	20/17	6/5	20/16	15/10	20/15	20/14	3/2	20/13	20/12	20/11	20/10	20/9	20/8	20/7	20/6	20/5	20/4	20/3	20/2	20/1
ℓ/D	t/D	0,005	0,025	0,05	0,075	1/12	0,10	3/26	0,125	0,15	1/6	0,175	0,20	0,225	0,25	0,275	0,30	0,325	0,35	0,375	0,40	0,425	0,45	0,475
0,10	r/D	0,2525	0,0625	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
	r/d	0,2550	0,0657895	0,05	0,0588235	0,06	0,0625	0,065	0,06	0,0714286	0,075	0,0769231	0,083	0,09	0,1	0,1	0,125	0,1428571	0,16	0,2	0,25	0,3	0,5	1,0
	t/r	0,019802	0,4	1,0	1,5	1,6	2,0	2,3076923	2,5	3,0	3,3	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5
	r/D	0,565	0,125	0,08125	0,075	0,075	0,075	0,075	0,075	0,075	0,075	0,075	0,075	0,075	0,075	0,075	0,075	0,075	0,075	0,075	0,075	0,075	0,075	0,075
0,15	r/d	0,570	0,1315789	0,09027	0,0882353	0,09	0,09375	0,0975	0,1	0,1071429	0,1125	0,1153846	0,125	0,136	0,15	0,16	0,1875	0,2142857	0,25	0,3	0,375	0,5	0,75	1,5
	t/r	0,0088496	0,2	0,6153846	1,0	1,1	1,3	1,5384615	1,6	2,0	2,2	2,3	2,6	3,0	3,3	3,6	4,0	4,3	4,6	5,0	5,3	5,6	6,0	6,3
	r/D	0,69694	0,15138	0,094	0,0837963	1/12	1/12	1/12	1/12	1/12	1/12	1/12	1/12	1/12	1/12	1/12	1/12	1/12	1/12	1/12	1/12	1/12	1/12	1/12
	r/d	0,7039843	0,1593567	0,1049383	0,0985839	0,1	0,10416	0,1083	0,1	0,1190476	0,125	0,1282051	0,138	0,15	0,16	0,185	0,2083	0,2380952	0,27	0,3	0,416	0,5	0,83	1,6
1/6	t/r	0,0071742	0,1651376	0,5294118	0,8950276	1,0	1,2	1,3846154	1,5	1,8	2,0	2,1	2,4	2,7	3,0	3,3	3,6	3,9	4,2	4,5	4,8	5,1	5,4	5,7
	r/D	1,0025	0,2125	0,125	0,10416	0,1016	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
	r/d	1,0126	0,2236842	0,138	0,122549	0,122	0,125	0,13	0,13	0,1428571	0,15	0,1558462	0,16	0,18	0,2	0,2	0,25	0,2857143	0,3	0,4	0,5	0,6	1,0	2,0
	t/r	0,0049875	0,1176471	0,4	0,72	0,8196721	1,0	1,1538462	1,25	1,5	1,6	1,75	2,0	2,25	2,5	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	4,0	4,25	4,5	4,75
0,20	r/D	1,3358609	0,2787722	0,1581361	0,1262574	0,1215483	0,116568	3/26	3/26	3/26	3/26	3/26	3/26	3/26	3/26	3/26	3/26	3/26	3/26	3/26	3/26	3/26	3/26	3/26
	r/d	1,3473343	0,2934	0,1757068	0,1485381	0,145858	0,1457101	0,15	0,1538462	0,1648352	0,1730769	0,1775148	0,1923077	0,2097902	0,2307692	0,2564103	0,2884615	0,3296703	0,3846154	0,4615385	0,5769231	0,7692308	1,1538462	2,3076923
	t/r	0,0037485	0,089679	0,316183	0,5940246	0,6855984	0,857868	1,0	1,083	1,3	1,4	1,516	1,73	1,95	2,16	2,383	2,6	2,816	3,03	3,25	3,46	3,683	3,9	4,116
	r/D	1,565	0,325	0,18125	0,1416	0,135416	0,128125	0,1254006	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125
0,25	r/d	1,580	0,3421053	0,20138	0,16	0,1625	0,1601563	0,1630208	0,16	0,1785714	0,1875	0,1923077	0,2083	0,227	0,25	0,27	0,3125	0,3571429	0,416	0,5	0,625	0,83	1,25	2,5
	t/r	0,0031949	0,0769231	0,2758621	0,5294118	0,6153846	0,7804878	0,9201278	1,0	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8
	r/D	2,2525	0,4625	0,25	0,1875	0,176	0,1625	0,1551923	0,1525	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
	r/d	2,2752	0,4868421	0,27	0,2205882	0,212	0,203125	0,20175	0,203	0,2142857	0,225	0,2307692	0,25	0,27	0,3	0,3	0,375	0,4285714	0,5	0,6	0,75	1,0	1,5	3,0
0,30	t/r	0,0022198	0,054	0,2	0,4	0,4716981	0,6153846	0,7434944	0,8196721	1,0	1,1	1,16	1,3	1,5	1,6	1,83	2,0	2,16	2,3	2,5	2,6	2,83	3,0	3,16
	r/D	2,78027	0,56805	0,3027	0,2226852	0,2083	0,18	0,1780627	0,17361	0,1675926	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
	r/d	2,8083614	0,5979532	0,3364198	0,2619826	0,25	0,2361	0,2314815	0,2314815	0,239418	0,25	0,2564103	0,27	0,30	0,3	0,370	0,416	0,4761905	0,5	0,6	0,83	1,1	1,6	3,3
	t/r	0,0017984	0,0440098	0,1651376	0,3367983	0,4	0,5294118	0,648	0,72	0,8950276	1,0	1,05	1,2	1,35	1,5	1,65	1,8	1,95	2,1	2,25	2,4	2,55	2,7	2,85
0,35	r/D	3,065	0,625	0,33125	0,2416	0,225416	0,203125	0,1904006	0,185	0,177083	0,1752083	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175
	r/d	3,095	0,6578947	0,36805	0,2843137	0,2705	0,2539063	0,2475208	0,246	0,2529762	0,2628125	0,2692308	0,2916	0,318	0,35	0,38	0,4375	0,5	0,583	0,7	0,875	1,16	1,75	3,5
	t/r	0,0016313	0,04	0,1509434	0,3103448	0,3696858	0,4923077	0,6060096	0,675	0,8470588	0,9512485	1,0	1,1428571	1,2857143	1,4285714	1,5714286	1,7142857	1,8571429	2,0	2,1428571	2,2857143	2,4285714	2,5714286	2,7142857
	r/D	4,0025	0,8125	0,425	0,30416	0,2816	0,25	0,2310256	0,225	0,2083	0,203	0,2017857	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
0,40	r/d	4,0429	0,8552632	0,472	0,3578431	0,338	0,3125	0,3003	0,296	0,297619	0,305	0,3104396	0,3	0,36	0,4	0,4	0,5	0,5714286	0,6	0,8	1,0	1,3	2,0	4,0
	t/r	0,0012492	0,0307692	0,1176471	0,2465753	0,295858	0,4	0,4994451	0,5617978	0,72	0,8196721	0,8672566	1,0	1,125	1,25	1,375	1,5	1,625	1,75	1,875	2,0	2,125	2,25	2,375

TABELA AUXILIAR Nº 3 (Final)

Correlação Entre os Valores Atribuídos a ℓ/D e t/D , e Valores Assumidos por D/d , r/D , r/d e t/r

ℓ/D	D/d	100/99	20/19	20/18	20/17	6/5	20/16	13/10	20/15	20/14	3/2	20/13	20/12	20/11	20/10	20/9	20/8	20/7	20/6	20/5	20/4	20/3	20/2	20/1
	t/D	0,005	0,025	0,05	0,075	1/12	0,10	3/26	0,125	0,15	1/6	0,175	0,20	0,225	0,25	0,275	0,30	0,325	0,35	0,375	0,40	0,425	0,45	0,475
0,45	r/D	5,065	1,025	0,53125	0,375	0,345416	0,303125	0,2770673	0,265	0,24375	0,2352083	0,2321429	0,2265625	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225
	r/d	5,116	1,0789474	0,59027	0,4411765	0,4145	0,3789063	0,3601875	0,353	0,3482143	0,3528125	0,3571429	0,3776042	0,405	0,45	0,5	0,5625	0,6428571	0,75	0,9	1,125	1,5	2,25	4,5
	t/r	0,0009872	0,0243902	0,0941176	0,2	0,2412545	0,3298969	0,4164498	0,4716981	0,6153846	0,7085917	0,7538462	0,8827586	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	2,0	2,1
0,50	r/D	6,2525	1,2625	0,65	0,45416	0,416	0,5625	0,3285256	0,3125	0,283	0,27083	0,2660714	0,25625	0,25138	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
	r/d	6,3156	1,3289474	0,72	0,5343137	0,5	0,453125	0,427083	0,416	0,4047619	0,40625	0,4093407	0,427083	0,4570	0,5	0,5	0,625	0,7142857	0,83	1,0	1,25	1,6	2,5	5,0
	t/r	0,0007997	0,019802	0,0769231	0,1651376	0,2	0,2758621	0,3512195	0,4	0,5294118	0,6153846	0,6577181	0,7804878	0,8950276	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
0,55	r/D	7,565	1,525	0,78125	0,5416	0,495416	0,428125	0,3854006	0,365	0,327083	0,3102083	0,3035714	0,2890625	0,2805	0,27625	0,275	0,275	0,275	0,275	0,275	0,275	0,275	0,275	0,275
	r/d	7,641	1,6052632	0,86805	0,6372549	0,5945	0,5351563	0,5010208	0,486	0,4672619	0,4653125	0,467033	0,4817708	0,570	0,5525	0,61	0,6875	0,7857143	0,916	1,1	1,375	1,83	2,75	5,5
	t/r	0,0006609	0,0163934	0,064	0,1384615	0,1682086	0,2335766	0,2993887	0,3424658	0,4585987	0,5372733	0,5764706	0,6918919	0,8019802	0,9049774	1,0	1,05	1,13	1,27	1,36	1,75	1,54	1,73	1,77
0,60	r/D	9,0625	1,8125	0,925	0,6375	0,5816	0,5	0,4476923	0,4225	0,375	0,353	0,3446429	0,325	0,3125	0,305	0,3011364	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30
	r/d	9,0934	1,9078947	1,027	0,75	0,698	0,625	0,582	0,563	0,5357143	0,53	0,5302198	0,5416	0,5681	0,61	0,6691	0,75	0,8571429	1,0	1,2	1,5	2,0	3,0	6,0
	t/r	0,0005554	0,0137931	0,054	0,1176471	0,1432665	0,2	0,257732	0,295858	0,4	0,4716981	0,507772	0,6153846	0,72	0,8196721	0,9132075	1,0	1,083	1,16	1,25	1,3	1,416	1,5	1,583
0,65	r/D	10,565	2,125	1,08125	0,7416	0,675416	0,578125	0,5154006	0,485	0,427083	0,4002083	0,3892857	0,3640625	0,3472	0,33625	0,3295455	0,3260417	0,325	0,325	0,325	0,325	0,325	0,325	0,325
	r/d	10,671	2,2368421	1,20138	0,872549	0,8105	0,7226563	0,6700208	0,646	0,610119	0,6003125	0,5989011	0,6067708	0,631	0,6725	0,732	0,8151042	0,9285714	1,083	1,3	1,625	2,16	3,25	6,5
	t/r	0,0004733	0,0117647	0,0462428	0,1011236	0,1233806	0,172973	0,2238736	0,257732	0,3512195	0,4164498	0,4495413	0,5493562	0,648	0,7434944	0,8344828	0,9201278	1,0	1,0769231	1,1538462	1,2307692	1,3076923	1,3846154	1,4615385
0,70	r/D	12,2525	2,4625	1,25	0,85416	0,776	0,6625	0,5885256	0,5525	0,483	0,45083	0,4375	0,40625	0,38472	0,37	0,3602273	0,35416	0,3509615	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35
	r/d	12,3762	2,5921053	1,38	1,004902	0,932	0,828125	0,765083	0,736	0,6904762	0,67625	0,6730769	0,677083	0,6994	0,74	0,8095	0,8854167	1,0027473	1,16	1,4	1,75	2,3	3,5	7,0
	t/r	0,0004081	0,0101523	0,04	0,0878049	0,1072961	0,1509434	0,1960571	0,2262443	0,3103448	0,3696858	0,4	0,4923077	0,5848375	0,675	0,7634069	0,8470588	0,9260274	1,0	1,0714286	1,1428571	1,2142857	1,2857143	1,3571429
0,75	r/D	14,065	2,825	1,43125	0,975	0,885416	0,753125	0,6670673	0,625	0,54375	0,5052083	0,4892857	0,4515625	0,425	0,40625	0,39318	0,384375	0,3788462	0,3758929	0,375	0,375	0,375	0,375	0,375
	r/d	14,207	2,9736942	1,59027	1,1470588	1,0625	0,9414063	0,8671875	0,83	0,7767857	0,7578125	0,7527473	0,7526042	0,772	0,8125	0,873	0,9609375	1,0824176	1,2529762	1,5	1,875	2,5	3,75	7,5
	t/r	0,0003555	0,0088496	0,0349345	0,0769231	0,0941176	0,1327801	0,172973	0,2	0,2758621	0,3298969	0,3576642	0,4429066	0,5294118	0,6153846	0,699422	0,7804878	0,857868	0,9311164	1,0	1,06	1,13	1,2	1,26
0,80	r/D	16,0025	3,2125	1,625	1,10416	1,0016	0,85	0,7510256	0,7025	0,6083	0,563	0,5446429	0,5	0,46805	0,445	0,4284091	0,416	0,4086538	0,4035714	0,40083	0,40	0,40	0,40	0,40
	r/d	16,1641	3,3815789	1,805	1,2990196	1,202	1,0625	0,9763	0,936	0,8690476	0,845	0,8379121	0,83	0,8510	0,89	0,9520	1,0416	1,1675824	1,3452381	1,603	2,0	2,6	4,0	8,0
	t/r	0,0003125	0,0077821	0,0307692	0,0679245	0,0831947	0,1176471	0,1536361	0,1779359	0,2465753	0,295858	0,3213115	0,4	0,4807122	0,5617978	0,6419098	0,72	0,7952941	0,8672566	0,9355509	1,0	1,0625	1,125	1,1875
0,85	r/D	18,065	3,625	1,83125	1,2416	1,125416	0,953125	0,8404006	0,785	0,677083	0,6252083	0,6035714	0,5515625	0,5138	0,48625	0,46590	0,4510417	0,4403846	0,4330357	0,4283	0,4257813	0,425	0,425	0,425
	r/d	18,247	3,8157895	2,03472	1,4607843	1,3505	1,1914063	1,0925208	1,046	0,9672619	0,9378125	0,9285714	0,9192708	0,934	0,9725	1,035	1,1276042	1,2582418	1,4434524	1,713	2,1289063	2,83	4,25	8,5
	t/r	0,0002768	0,0068966	0,0273058	0,0604027	0,0740466	0,104918	0,1372972	0,1592357	0,2215385	0,26657	0,2899408	0,3626062	0,4378	0,5141388	0,5902439	0,665127	0,7379913	0,8082474	0,8754864	0,9394495	1,0	1,0588235	1,1176471
0,90	r/D	20,2525	4,0625	2,05	1,3875	1,256	1,0625	0,9351923	0,8725	0,75	0,69083	0,6660714	0,60625	0,5625	0,57	0,5056818	0,4875	0,4740385	0,4642857	0,4575	0,453125	0,4507353	0,45	0,45
	r/d	20,4570	4,2763158	2,27	1,6323529	1,508	1,328125	1,21575	1,163	1,0714286	1,03625	1,0247253	1,0104167	1,0227	1,06	1,1237	1,21875	1,3543956	1,547619	1,83	2,265625	3,004902	4,5	9,0
	t/r	0,0002469	0,0061538	0,0243902	0,054	0,066313	0,0941176	0,1233806	0,1432665	0,2	0,2412545	0,2627346	0,3298969	0,4	0,4716981	0,5438202	0,6153846	0,6855984	0,7538462	0,8196721	0,8827586	0,9429038	1,0	1,05

TABELA AUXILIAR Nº 4

Valores Disponíveis do K_{EXP-T} e K_{EXP-F} Dentro da Classe de Variação dos Parâmetros l/D e t/D

D/d	t/D	l/D	0,10	0,15	1/6	0,20	3/13	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,50		0,90
1,2	1/12	t/r	1,6	1,1	1,0	0,8196721	0,6855984	0,6153846	0,4716981	0,4	0,3696858					
		r/d	0,06	0,09	0,1	0,122	0,145858	0,1625	0,212	0,25	0,2705					
		K_{EXP-T}		2,65	2,545	2,36	2,205	2,13	1,955	1,86	1,82					
		K_{EXP-F}	2,535	2,185	2,11	1,985	1,875	1,81	1,665	1,58	1,545					
1,3	3/26	t/r	2,3076923	1,5384615	1,3846154	1,1538462	1,0	0,9201278	0,7434944	0,648	0,6060096	0,4994451				
		r/d	0,065	0,0975	0,1083	0,13	0,15	0,1630208	0,20175	0,2314815	0,2475208	0,3003				
		K_{EXP-T}		2,755	2,65	2,47	2,335	2,26	2,09	2,0	1,955	1,84				
		K_{EXP-F}	2,6	2,185	2,105	1,985	1,89	1,84	1,715	1,64	1,61	1,515				
1,5	1/6	t/r	3,3	2,2	2,0	1,6	1,4	1,3	1,1	1,0	0,9512485	0,8196721				
		r/d	0,075	0,1125	0,125	0,15	0,1730769	0,1875	0,225	0,25	0,2628125	0,305				
		K_{EXP-T}		2,785	2,665	2,47	2,33	2,255	2,115	2,04	2,005	1,915				
		K_{EXP-F}	2,525	2,125	2,045	1,92	1,835	1,785	1,68	1,625	1,60	1,53				
2	1/4	t/r	5,0	3,3	3,0	2,5	2,16	2,0	1,6							
		r/d	0,1	0,15	0,16	0,2	0,2307692	0,25	0,3							
		K_{EXP-T}		2,58	2,465	2,295	2,17	2,105	1,96							
		K_{EXP-F}	2,275	1,955	1,885	1,77	1,685	1,64	1,55							

TABELA AUXILIAR Nº 5

Valores Assumidos por n , K_1 , K_{2-T} , K_{2-F} em Cada (ℓ/D , t/D) Considerado

ℓ/D	t/D	100/99	20/19	20/18	20/17	6/5	20/16	13/10	20/15	20/14	5/2	20/13	20/12	20/11	20/10	20/9	20/8	20/7	20/6	20/5	20/4	20/3	20/2	20/1
ℓ/D	t/D	0,005	0,025	0,05	0,075	1/12	0,10	3/26	0,125	0,15	1/6	0,175	0,20	0,225	0,25	0,275	0,30	0,325	0,35	0,375	0,40	0,425	0,45	0,475
0,10	ℓ/r	0,019802	0,4	1,0	1,5	1,6	2,0	2,3076923	2,5	3,0	3,3	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5
	n	0,5334868	0,5384123	0,55	0,5629705	0,5670693	0,5751106	0,5824579	0,5870562	0,5991778	0,6074926	0,6117469	0,625	0,6391701	0,6545085	0,6713029	0,6898979	0,7107204	0,7343135	0,7613872	0,7928932	0,8301429	0,875	0,9302106
	K_1	1,2814392	2,2649111	3,0	3,4494897	3,5819889	3,8284271	4,0382181	4,1622777	4,4641016	4,6514837	4,7416574	5,0	5,2426407	5,472136	5,6904158	5,8989795	6,0990195	6,2915026	6,4772256	6,6568542	6,8309519	7,0	7,164414
	K_{2-T}	1,9671103	3,5724359	3,8733523	3,768552	3,7329858	3,6608515	3,5930257	3,5500004	3,4357102	3,3574432	3,3176465	3,1954171	3,0685584	2,9365149	2,7986121	2,6540181	2,5016876	2,3402767	2,1680112	1,9824667	1,7801847	1,5559381	1,301163
	K_{2-F}	1,5822053	2,5800871	2,7708579	2,7043139	2,6817556	2,636043	2,5931104	2,5659016	2,493725	2,4443836	2,4193225	2,3424716	2,2629096	2,1803228	2,0943313	2,0044676	1,9101452	1,8106105	1,7048683	1,5915544	1,4687097	1,3333333	1,1803795
0,15	ℓ/r	0,0088496	0,2	0,6153846	1,0	1,1	1,3	1,5384615	1,6	2,0	2,2	2,3	2,6	3,0	3,3	3,6	4,0	4,3	4,6	5,0	5,3	5,6	6,0	6,3
	n	0,5484818	0,5526479	0,5620333	0,575	0,5797389	0,5898969	0,5973806	0,6026065	0,6162836	0,6255832	0,6303158	0,644949	0,6604132	0,6769447	0,6948027	0,7142857	0,7357493	0,7596297	0,7864745	0,8169873	0,8520918	0,8930306	0,9415193
	K_1	1,1881446	1,8944272	2,5689291	3,0	3,1081851	3,309401	3,4806947	3,5819889	3,8284271	3,981424	4,0550504	4,2659863	4,4641016	4,6514837	4,8297084	5,0	5,16332	5,3204938	5,472136	5,6188021	5,7609523	5,8989795	6,0332229
	K_{2-T}	1,4960982	2,5940817	3,0784931	3,1113912	3,0828988	3,0251505	2,9709014	2,9365149	2,8452783	2,7828935	2,7521041	2,6540181	2,5533996	2,44897	2,3402767	2,2267721	2,107783	1,9824667	1,8497461	1,7082081	1,5559381	1,3902544	1,2070737
	K_{2-F}	1,2973382	1,9673115	2,2691328	2,2897497	2,2718929	2,235734	2,201807	2,1803228	2,1234002	2,0845473	2,0646332	2,0044677	1,9421238	1,8775893	1,8106105	1,7408801	1,6680198	1,5915544	1,5108734	1,4251691	1,3333333	1,2337719	1,1240369
1/6	ℓ/r	0,0071742	0,1651376	0,5294118	0,8950276	1,0	1,2	1,3846154	1,5	1,8	2,0	2,1	2,4	2,7	3,0	3,3	3,6	3,9	4,2	4,5	4,8	5,1	5,4	5,7
	n	0,5532744	0,5573325	0,5662387	0,578604	0,5833333	0,5929061	0,6015781	0,6069694	0,6210509	0,6306019	0,6354553	0,6504307	0,6662057	0,6830127	0,701102	0,7207592	0,7423213	0,7661967	0,7928932	0,8230553	0,8575191	0,8973935	0,9441854
	K_1	1,1694013	1,8127425	2,4552138	2,892118	3,0	3,1908902	3,353936	3,4494897	3,6832816	3,8284271	3,8982753	4,0983867	4,2865355	4,4641016	4,6331804	4,7947332	4,9496835	5,0987803	5,2426407	5,3817805	5,5166359	5,64758	5,7749346
	K_{2-T}	1,412786	2,3856994	2,872396	2,9558255	2,9365149	2,8820994	2,8309964	2,7986121	2,7127199	2,6540181	2,624209	2,5328319	2,4383007	2,3402767	2,2383571	2,1320571	2,0207846	1,9038043	1,7801847	1,6487175	1,5077884	1,3551602	1,1875799
	K_{2-F}	1,2473021	1,8385768	2,1403066	2,1923857	2,1803228	2,1463587	2,1145005	2,0943313	2,0409122	2,0044677	1,9859812	1,9293996	1,871006	1,8106105	1,7479871	1,6828634	1,6149057	1,543698	1,4687097	1,3892462	1,3043633	1,2127388	1,1123673
0,20	ℓ/r	0,0049875	0,1176471	0,4	0,72	0,8196721	1,0	1,1538462	1,25	1,5	1,6	1,75	2,0	2,25	2,5	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	4,0	4,25	4,5	4,75
	n	0,5625657	0,5665164	0,574715	0,5860833	0,5904685	0,6	0,6091566	0,6148342	0,6296096	0,6395873	0,6446437	0,6601886	0,6764706	0,6937129	0,712152	0,7320508	0,7537137	0,7775028	0,8038595	0,8333333	0,8666217	0,9046282	0,948548
	K_1	1,1412445	1,6859945	2,2649111	2,6970563	2,8107149	3,0	3,1485447	3,236068	3,4494897	3,5819889	3,6457513	3,8284271	4,0	4,1622777	4,3166248	4,4641016	4,6055513	4,7416574	4,8729833	5,0	5,1231056	5,2426407	5,3589899
	K_{2-T}	1,2977369	2,0716254	2,5328319	2,6776428	2,6850375	2,6540181	2,6080268	2,5788956	2,5016876	2,44897	2,422216	2,3402767	2,2556337	2,1680112	2,0770845	1,9824667	1,8836907	1,7801847	1,6712359	1,5559381	1,4331098	1,301163	1,1578797
	K_{2-F}	1,178327	1,6459287	1,9293996	2,0191285	2,0224775	2,0044677	1,9759514	1,9579062	1,9101452	1,8775893	1,8610847	1,8106105	1,75859	1,7048683	1,6492626	1,5915544	1,5314789	1,4687097	1,402837	1,3333333	1,2595005	1,1803795	1,094588
3/13	ℓ/r	0,0037485	0,089679	0,316183	0,5940246	0,6855984	0,857868	1,0	1,083	1,3	1,4	1,516	1,73	1,95	2,16	2,383	2,6	2,816	3,03	3,25	3,46	3,683	3,9	4,116
	n	0,5708087	0,5747404	0,5824985	0,5931538	0,5972754	0,6062734	0,6153846	0,6212857	0,6365967	0,6468989	0,6521085	0,6680762	0,684724	0,7022686	0,7205346	0,7409676	0,762647	0,7863	0,8123194	0,8411864	0,8735015	0,9100287	0,951758
	K_1	1,12245	1,508929	2,1266036	2,5414598	2,6560174	2,8524233	3,0	3,081666	3,2803509	3,4037008	3,4630605	3,6331223	3,792848	3,9439203	4,0876096	4,2249031	4,3565856	4,4832934	4,6055513	4,7237974	4,8384024	4,9496835	5,0579141
	K_{2-T}	1,2288771	1,8649793	2,2883539	2,4594289	2,4790377	2,4801367	2,44897	2,4222159	2,3513527	2,3030067	2,2784843	2,2034372	2,1260118	2,0459766	1,9630607	1,8769445	1,7872456	1,6935012	1,5951423	1,4914563	1,3815322	1,2641739	1,1577602
	K_{2-F}	1,13709	1,5201179	1,7786849	1,8840446	1,8961521	1,8968309	1,8775893	1,8610847	1,8174267	1,7876898	1,7726216	1,7265721	1,6791658	1,6302721	1,5797381	1,5273821	1,4729858	1,4162831	1,3560435	1,2945481	1,2285522	1,1582247	1,0825433
0,25	ℓ/r	0,0031949	0,0769231	0,2758621	0,5294118	0,6153846	0,7804878	0,9201278	1,0	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8
	n	0,5758056	0,5797492	0,5873053	0,597597	0,6015781	0,6102826	0,6191201	0,625	0,6406059	0,6510847	0,656377	0,6725705	0,6894095	0,7071068	0,7258805	0,7459667	0,7676311	0,7911823	0,8169873	0,8454915	0,8772458	0,9129438	0,9534745
	K_1	1,1130469	1,5547003	2,0504515	2,4552138	2,5689291	2,7669044	2,9184658	3,0	3,1908902	3,309401	3,3664319	3,5298221	3,6832816	3,8284271	3,9664794	4,0983867	4,2249031	4,3466401	4,4641016	4,5777088	4,6887178	4,7947332	4,8987177
	K_{2-T}	1,1971394	1,7637979	2,1618506	2,3402768	2,3657651	2,3805694	2,3625218	2,3402767	2,2727912	2,2267721	2,2034373	2,1320571	2,0584699	1,9824667	1,9038043	1,8221966	1,737304	1,6487175	1,5559381	1,4583468	1,3551602	1,2453631	1,1276012
	K_{2-F}	1,1180899	1,4587892	1,7010962	1,8106106	1,8262992	1,8354166	1,8243023	1,8106105	1,7691249	1,7408801	1,7265721	1,6828634	1,6378969	1,5915544	1,543698	1,4941647	1,4427595	1,3892462	1,3333333	1,2746547	1,2127388	1,1469607	1,0764611
0,30	ℓ/r	0,0022198	0,054	0,2	0,4	0,476981	0,6153846	0,7434944	0,8196721	1,0	1,1	1,16	1,3	1,5	1,6	1,83	2,0	2,16	2,3	2,5	2,6	2,83	3,0	3,16
	n	0,5882712	0,592295	0,599504	0,6090771	0,6127646	0,6208355	0,6290588	0,6345507	0,65	0,6608656	0,6663371	0,6830127	0,7002475	0,7182458	0,7372115	0,7573593	0,7789254	0,802178	0,8274295	0,855051	0,8854919	0,9193048	0,9571811
	K_1	1,0942295	1,4649908	1,8944272	2,2649111	2,3736056	2,5689291	2,7245224	2,8107149	3,0	3,1081851	3,1602469	3,309401	3,4494897	3,5819889	3,7080128	3,8284271	3,9439203	4,0550504	4,1622777	4,2659863	4,3665016	4,4641016	4,5590261
	K_{2-T}	1,1396385	1,5687423	1,9038043	2,0832565	2,1169722	2,1542464	2,16026	2,153341	2,107783	2,0667615	2,0459766	1,9824667	1,9171109	1,8497462	1,7801847	1,7082081	1,6335605	1,5550381	1,474977	1,3902344	1,301163	1,2070737	1,1070783
	K_{2-F}	1,0836078	1,341042	1,543698	1,6530324	1,6736378	1,6964412	1,7001224	1,695987	1,6680198	1,6429588	1,6302721	1,5915544	1,5517858	1,5108734	1,4687097	1,4251691	1,3801028	1,3333333	1,284645	1,2337719	1,1803795	1,1240369	1,0641727

TABELA AUXILIAR Nº 5 (Continuação)

Valores Assumidos por n , K_1 , K_{2-T} , K_{2-F} em Cada (ℓ/D , t/D) Considerado

	d/D	100/99	20/19	20/18	20/17	6/5	20/16	13/10	20/15	20/14	3/2	20/13	20/12	20/11	20/10	20/9	20/8	20/7	20/6	20/5	20/4	20/3	20/2	20/1
ℓ/D	t/D	0,005	0,025	0,05	0,075	1/12	0,10	3/26	0,125	0,15	1/6	0,175	0,20	0,225	0,25	0,275	0,30	0,325	0,35	0,375	0,40	0,425	0,45	0,475
1/3	τ/r	0,0017984	0,0440098	0,1651376	0,3367983	0,4	0,5294118	0,648	0,72	0,8950276	1,0	1,05	1,2	1,35	1,5	1,65	1,8	1,95	2,1	2,25	2,4	2,55	2,7	2,85
	n	0,5961844	0,6002824	0,6073574	0,6165878	0,6201265	0,6278633	0,6357485	0,6410205	0,6558861	0,6666667	0,6722353	0,689167	0,7066036	0,7247449	0,7437867	0,763932	0,7854011	0,8084403	0,8333333	0,8604127	0,8900762	0,9228065	0,9591991
	K_1	1,0846151	1,4195703	1,8127425	2,1606865	2,2649111	2,4552138	2,6099689	2,6970563	2,892118	3,0	3,0493902	3,1908902	3,32379	3,4494897	3,5690465	3,6832816	3,792848	3,8982753	4,0	4,0983867	4,1937439	4,2863353	4,3763886
	K_{2-T}	1,1141129	1,4763933	1,7743363	1,9468341	1,9824667	2,0274801	2,0434698	2,0434698	2,0163719	1,9824667	1,9630607	1,9038043	1,8428922	1,7801847	1,7155214	1,6487175	1,5795575	1,5077884	1,4331098	1,3551602	1,273499	1,1875799	1,0967118
	K_{2-F}	1,068385	1,2854959	1,4651686	1,5698628	1,5915544	1,6189887	1,6287425	1,6287425	1,6122152	1,5915544	1,5797381	1,543698	1,5067152	1,4687097	1,4295891	1,3892462	1,347555	1,3043663	1,2595005	1,2127388	1,1638093	1,1123673	1,0579647
0,35	τ/r	0,0016313	0,04	0,1509434	0,3103448	0,3696858	0,4923077	0,6060096	0,675	0,8470588	0,9512485	1,0	1,1428571	1,2857143	1,4285714	1,5714286	1,7142857	1,8571429	2,0	2,1428571	2,2857143	2,4285714	2,5714286	2,7142857
	n	0,6000291	0,6041667	0,6111944	0,6202842	0,6237596	0,6313513	0,6390864	0,6442591	0,6588561	0,6694548	0,675	0,6920442	0,7095672	0,7277667	0,7468349	0,7669697	0,788384	0,8113148	0,8360328	0,8628541	0,8921539	0,9243855	0,9601039
	K_1	1,0807787	1,4	1,7770287	2,114172	2,2160359	2,4032928	2,5569324	2,6439899	2,8407159	2,9506394	3,0	3,1380899	3,2677869	3,3904572	3,5071327	3,6186147	3,7255406	3,8284271	3,9277002	4,0237158	4,1167749	4,2071349	4,2950179
	K_{2-T}	1,1038715	1,4381857	1,7192369	1,8871718	1,9231105	1,9705445	1,9901947	1,992887	1,9733554	1,9444664	1,9265664	1,8692086	1,810279	1,7496473	1,6871651	1,6226614	1,5559381	1,4867631	1,4148621	1,3399069	1,2614999	1,1791513	1,0922471
	K_{2-F}	1,0622524	1,2625479	1,4318351	1,5353932	1,5554334	1,5842942	1,5962618	1,5979021	1,5860057	1,5684222	1,5575547	1,5226853	1,4869407	1,4502261	1,4124558	1,3735303	1,3333333	1,2917274	1,2485479	1,2035954	1,1566234	1,1073218	1,0552908
0,40	τ/r	0,0012492	0,0307692	0,1176471	0,2465753	0,295858	0,4	0,4994451	0,5017978	0,72	0,8196721	0,8672566	1,0	1,125	1,25	1,375	1,5	1,625	1,75	1,875	2,0	2,125	2,25	2,375
	n	0,6111344	0,6153983	0,6223399	0,6311008	0,6344216	0,6416502	0,6489996	0,6539127	0,6677909	0,6778907	0,6831841	0,7	0,7177357	0,736068	0,7551797	0,7752551	0,7964884	0,8190919	0,8433039	0,8693981	0,897694	0,9285714	0,9624873
	K_1	1,070688	1,350823	1,6859945	1,993127	2,087856	2,2649111	2,4134286	2,4990634	2,6970563	2,8107149	2,8625323	3,0	3,1213203	3,236068	3,3452079	3,4494897	3,5495098	3,6457513	3,7386128	3,8284271	3,9154759	4,0	4,082207
	K_{2-T}	1,0801883	1,3469635	1,5836954	1,7361164	1,7713771	1,8221966	1,8489866	1,8574211	1,8552135	1,8384985	1,8266091	1,7801847	1,726442	1,6712359	1,6144468	1,5559381	1,495553	1,4331098	1,3683965	1,301163	1,2311109	1,1578797	1,0810268
	K_{2-F}	1,0480682	1,2078251	1,3500474	1,4420412	1,4633771	1,4941647	1,5104125	1,5155306	1,5141909	1,5040501	1,4968399	1,4687097	1,436191	1,402837	1,3685778	1,3333333	1,2970105	1,2595005	1,2206749	1,1803795	1,1384274	1,094588	1,0485705
0,45	τ/r	0,0009872	0,0243902	0,0941176	0,2	0,2412545	0,3298969	0,4164498	0,4716981	0,6133846	0,7085917	0,7538462	0,8827586	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	2,0	2,1
	n	0,6216381	0,6260303	0,6329408	0,6414743	0,6446808	0,6516316	0,6586749	0,6633769	0,6766524	0,6863198	0,6913911	0,7075267	0,725	0,7434165	0,7625314	0,7825177	0,8035546	0,8258343	0,8495693	0,875	0,9024029	0,9321018	0,9644803
	K_1	1,0628395	1,3123472	1,6135718	1,8944272	1,9823533	2,148733	2,2906584	2,3736056	2,5689291	2,6835578	2,7364863	2,8791047	3,0	3,1081851	3,2110832	3,309401	3,4037008	3,4944383	3,5819889	3,6666667	3,7487371	3,8284271	3,9059326
	K_{2-T}	1,0637295	1,280966	1,4817804	1,6182846	1,6515566	1,7021565	1,7321696	1,7438343	1,7528003	1,7447364	1,737304	1,7041618	1,6587574	1,6080334	1,5559381	1,5023605	1,4471742	1,3902344	1,3313736	1,2703965	1,2070737	1,1411517	1,0722414
	K_{2-F}	1,0382081	1,1682814	1,284733	1,3708915	1,3909592	1,4215122	1,4396544	1,4467094	1,4521338	1,4472552	1,4427595	1,4227239	1,3953047	1,364712	1,3333333	1,3011028	1,2679449	1,2337719	1,1984811	1,1619512	1,1240369	1,0845618	1,0433077
0,50	τ/r	0,0007997	0,019802	0,0769231	0,1651376	0,2	0,2758621	0,3512195	0,4	0,5294118	0,6153846	0,6577181	0,7804878	0,8950276	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
	n	0,6315922	0,6361036	0,6430144	0,6513881	0,6545085	0,6612434	0,6680413	0,6725705	0,6853397	0,6946336	0,69951	0,7150373	0,7318793	0,75	0,7690897	0,7889678	0,8098007	0,8317646	0,855051	0,8798735	0,9064745	0,935134	0,9661798
	K_1	1,0565579	1,2814392	1,5547003	1,8127425	1,8944272	2,0504515	2,1852755	2,2649111	2,4552138	2,5689291	2,6219964	2,7669044	2,892118	3,0	3,0976177	3,1908902	3,2803509	3,3664319	3,4494897	3,5298221	3,607681	3,6832816	3,7568098
	K_{2-T}	1,0518374	1,2318197	1,4035385	1,5251597	1,5559381	1,6044859	1,6354152	1,6487175	1,6464395	1,6626054	1,6584213	1,6354152	1,6000668	1,5559381	1,5077884	1,4583468	1,4075099	1,3551602	1,301163	1,2453631	1,1875799	1,1276012	1,0651754
	K_{2-F}	1,0310823	1,1388518	1,2417532	1,3148132	1,3333333	1,3625739	1,3812215	1,3892462	1,3988549	1,3976271	1,3951019	1,3812215	1,3599108	1,3333333	1,3043663	1,2746547	1,2441361	1,2127388	1,1803795	1,1469607	1,1123673	1,0746411	1,0390745
0,55	τ/r	0,0006609	0,0163934	0,064	0,1384615	0,1682086	0,2335766	0,2993887	0,3424658	0,4585987	0,5372733	0,5764706	0,6918919	0,8019802	0,9049774	1,0	1,09	1,18	1,27	1,36	1,45	1,54	1,63	1,72
	n	0,6410402	0,645658	0,652586	0,6608446	0,6638988	0,6704628	0,6770613	0,6814475	0,6937886	0,7027593	0,7074647	0,7224496	0,7387158	0,756239	0,775	0,7947573	0,8153839	0,8370422	0,8599066	0,8841688	0,9100439	0,9377771	0,9676518
	K_1	1,051416	1,2560734	1,5059644	1,7442083	1,8202648	1,9665953	2,0943285	2,1704116	2,3543983	2,4659786	2,5185132	2,6636008	2,7910669	2,902606	3,0	3,0889319	3,1742292	3,2563043	3,3354969	3,4120908	3,4863262	3,5584086	3,6285149
	K_{2-T}	1,0429718	1,1943174	1,3423566	1,4506192	1,4788018	1,5244476	1,5549693	1,5689168	1,5889533	1,5910464	1,5891984	1,5738393	1,5465016	1,5102148	1,4674368	1,4215194	1,3743796	1,3259208	1,2760331	1,2245909	1,1714496	1,1164412	1,059369
	K_{2-F}	1,0257689	1,1164006	1,2050637	1,2700137	1,2869431	1,3143848	1,3327501	1,341147	1,3532147	1,3544757	1,3533624	1,3441112	1,3276537	1,3058252	1,2801149	1,2525433	1,2242627	1,1952134	1,1653269	1,1345239	1,1027113	1,0697791	1,0355955
0,60	τ/r	0,0005554	0,0137931	0,054	0,1176471	0,1432665	0,2	0,257732	0,295858	0,4	0,4716981	0,507772	0,6153846	0,72	0,8196721	0,9132075	1,0	1,083	1,16	1,25	1,3	1,46	1,5	1,583
	n	0,6500093	0,6547299	0,6616837	0,6698571	0,6728502	0,6792851	0,6857187	0,6899851	0,710605	0,7152051	0,7297059	0,7454482	0,762418	0,7806041	0,8	0,8204207	0,8417845						

TABELA AUXILIAR Nº 5 (Final)

Valores Assumidos por n , K_1 , K_{2-T} , K_{2-F} em Cada (l/D , t/D) Considerado

l/D	t/D	100/99	20/19	20/18	20/17	6/5	20/16	13/10	20/15	20/14	5/2	20/13	20/12	20/11	20/10	20/9	20/8	20/7	20/6	20/5	20/4	20/3	20/2	20/1
0,65	t/r	0,005	0,025	0,05	0,075	1/12	0,10	3/26	0,125	0,15	1/6	0,175	0,20	0,225	0,25	0,275	0,30	0,325	0,35	0,375	0,40	0,425	0,45	0,475
	n	0,0004733	0,0117647	0,0462428	0,1011236	0,1233806	0,172973	0,2238736	0,257732	0,3512195	0,4164498	0,4495413	0,5493562	0,648	0,7434944	0,8344828	0,9201278	1,0	1,0769231	1,1538462	1,2307692	1,3076923	1,3846154	1,4615385
	K_1	0,6585394	0,6633539	0,6703361	0,6784442	0,681404	0,6877158	0,6940108	0,6981753	0,7098353	0,7182779	0,7226999	0,7367673	0,7520327	0,7684908	0,7861379	0,8049731	0,825	0,8460807	0,8681729	0,8914354	0,916042	0,9421867	0,970089
	K_{2-T}	1,0435109	1,2169304	1,4300828	1,6359987	1,7025115	1,8318005	1,9463057	2,0153462	2,1852755	2,2906584	2,3409568	2,4823713	2,6099689	2,7245224	2,8270006	2,9184658	3,0	3,0754981	3,1483447	3,2188008	3,2870875	3,3533936	3,4178821
	K_{2-F}	1,0185343	1,085036	1,152446	1,2041132	1,218111	1,2416242	1,2583542	1,2665565	1,2805134	1,2845155	1,2851011	1,2818668	1,2722438	1,2575135	1,2387877	1,2170058	1,1929451	1,1676573	1,1417183	1,115073	1,0876584	1,0594012	1,0302156
0,70	t/r	0,0004081	0,0101523	0,04	0,0878049	0,1072961	0,1509434	0,1960571	0,2262443	0,3103448	0,3696858	0,4	0,4923077	0,5848375	0,675	0,7634069	0,8470588	0,9260274	1,0	1,0714286	1,1428571	1,2142857	1,2857143	1,3571429
	n	0,6666696	0,6715611	0,6785714	0,686627	0,6895516	0,6957669	0,7019431	0,7060195	0,7174038	0,7256281	0,7299315	0,743609	0,7584393	0,7744245	0,7915671	0,8098715	0,8293453	0,85	0,8717382	0,8945516	0,9185988	0,9440544	0,9711141
	K_1	1,040403	1,2015172	1,4	1,5926378	1,6553217	1,7770287	1,8855667	1,9513020	2,114172	2,2160359	2,2649111	2,4032928	2,5294934	2,6439899	2,7474632	2,8407159	2,9246063	3,0	3,0701967	3,1380899	3,2038926	3,2677869	3,3299295
	K_{2-T}	1,0260851	1,132491	1,2224989	1,2908242	1,3210616	1,3571647	1,3833756	1,3965076	1,4190147	1,4276989	1,4294752	1,4272349	1,4151269	1,3949203	1,3681885	1,336298	1,3004112	1,2614999	1,2208533	1,1791513	1,1363131	1,0922471	1,0468492
	K_{2-F}	1,0160053	1,0738554	1,1332715	1,1795775	1,1923016	1,2139405	1,2296579	1,237535	1,2515802	1,2562525	1,2573187	1,2559739	1,2487069	1,2365828	1,2205501	1,2014324	1,1799291	1,1566234	1,1322863	1,1073218	1,0816769	1,0552908	1,0280928
0,75	t/r	0,0003555	0,0088496	0,0349345	0,0769231	0,0941176	0,1327801	0,172973	0,2	0,2758621	0,3298969	0,3576642	0,4429066	0,5294118	0,6153846	0,699422	0,7804878	0,857868	0,9311164	1,0	1,06	1,13	1,2	1,26
	n	0,6744217	0,6793803	0,6864163	0,6944276	0,697322	0,7034538	0,7095264	0,7135255	0,7246659	0,7326953	0,7368922	0,7502166	0,7646487	0,7801961	0,7968667	0,8146696	0,8336159	0,85372	0,875	0,8973935	0,9209224	0,9457456	0,9720388
	K_1	1,0377094	1,1881466	1,3738155	1,5547003	1,6135718	1,7287801	1,8318005	1,8944272	2,0504515	2,148733	2,1961007	2,3310246	2,4552138	2,5689291	2,6726291	2,7669044	2,8524233	2,9298875	3,0	3,0655912	3,1291626	3,1908902	3,2509258
	K_{2-T}	1,0232732	1,1079928	1,1960367	1,2656121	1,2849458	1,3181526	1,3426654	1,3551602	1,3782199	1,3866511	1,3889667	1,3890325	1,379992	1,3633176	1,3403497	1,3122786	1,2801411	1,2448237	1,2070737	1,1678424	1,1276012	1,0862734	1,0437725
	K_{2-F}	1,0139595	1,0647203	1,1174298	1,159086	1,1706651	1,1905585	1,2052488	1,2127388	1,2265657	1,2316225	1,2330114	1,2336509	1,2276285	1,2176295	1,2038608	1,187039	1,1677873	1,1466378	1,1240369	1,100552	1,0764611	1,051713	1,0262488
0,80	t/r	0,0003125	0,0077821	0,0307692	0,0679245	0,0831947	0,1176471	0,1536361	0,1779359	0,2465753	0,295858	0,3213115	0,4	0,4807122	0,5627978	0,6419098	0,72	0,7952941	0,8672566	0,9355509	1,0	1,0625	1,125	1,1875
	n	0,6818123	0,6868385	0,6938959	0,7018681	0,7047356	0,7107936	0,7167742	0,7207044	0,7316264	0,73948	0,7435585	0,7565835	0,7706494	0,7857908	0,8020197	0,819349	0,8377931	0,857369	0,8780967	0,9	0,923047	0,9472868	0,9728786
	K_1	1,0353553	1,1764324	1,350823	1,5212466	1,5768698	1,6859945	1,7839288	1,843649	1,993127	2,0878566	2,1336869	2,2649111	2,3866682	2,4990634	2,6023855	2,6970563	2,7835853	2,8625323	2,9344776	3,0	3,0615528	3,1213203	3,1794495
	K_{2-T}	1,0204781	1,0953755	1,1739418	1,2567729	1,2544044	1,2849461	1,3078004	1,3196117	1,3420044	1,3507516	1,3554167	1,3551602	1,3485234	1,3347345	1,3149331	1,2901526	1,261311	1,2292096	1,1945376	1,1578797	1,1199375	1,0810268	1,041075
	K_{2-F}	1,0122834	1,0571644	1,1042032	1,1418174	1,1523745	1,1706652	1,1843559	1,1914328	1,2048526	1,2100959	1,2116936	1,2127588	1,2087602	1,2004953	1,1886294	1,1737839	1,1565102	1,1372892	1,1165324	1,094588	1,0718726	1,0485705	1,024632
0,85	t/r	0,0002768	0,0068966	0,0273038	0,0604027	0,0740466	0,104918	0,1372972	0,1592357	0,2215385	0,26657	0,2899408	0,3626062	0,4378	0,5141388	0,5902439	0,665127	0,7379913	0,8082474	0,8754864	0,9394495	1,0	1,0588235	1,1176471
	n	0,6888864	0,6939586	0,7010335	0,7089694	0,7118128	0,717804	0,7237015	0,7275696	0,7382938	0,7459875	0,75	0,7627083	0,7764361	0,7911997	0,8070146	0,8238967	0,8418633	0,8609335	0,8811291	0,9024751	0,925	0,9486992	0,9736457
	K_1	1,0332746	1,1660915	1,3304772	1,4915392	1,5442301	1,647821	1,7410727	1,798087	1,9413575	2,0326235	2,076923	2,2043358	2,3233863	2,4306095	2,5365466	2,6311064	2,7181284	2,7980516	2,8713486	2,9385041	3,0	3,057983	3,1143766
	K_{2-T}	1,0181534	1,0848285	1,1553194	1,2122666	1,228379	1,2564907	1,2777657	1,2888857	1,3104232	1,3192578	1,3221355	1,3250851	1,3203319	1,3089032	1,2917685	1,2698227	1,2438753	1,2146458	1,1827644	1,1487753	1,1131432	1,0763822	1,0386908
	K_{2-F}	1,0108893	1,0508476	1,0930553	1,1271457	1,1367918	1,1536237	1,1663646	1,173025	1,1899273	1,1912207	1,1929451	1,1947126	1,1918643	1,1850166	1,1747518	1,1616075	1,1460699	1,12857	1,1094846	1,0891377	1,0678044	1,0457882	1,0232028
0,90	t/r	0,0002469	0,0061538	0,0243902	0,054	0,066313	0,0941176	0,1233806	0,1432665	0,2	0,2412545	0,2627346	0,3298969	0,4	0,4716981	0,5438202	0,6153846	0,6855984	0,7538462	0,8196721	0,8827586	0,9429038	1,0	1,05
	n	0,6956494	0,7007648	0,7078516	0,7157522	0,718573	0,7245028	0,7303243	0,7341354	0,7446784	0,7522255	0,756157	0,7685934	0,7820077	0,7964188	0,8118449	0,8283045	0,8458171	0,8644038	0,8840878	0,904895	0,9268547	0,95	0,9743501
	K_1	1,0314261	1,1568923	1,3123472	1,4649908	1,5150262	1,6135718	1,7025115	1,7570112	1,8944272	1,9823533	2,0251529	2,148733	2,2649111	2,3736056	2,4748833	2,5689291	2,6560174	2,7364863	2,8107149	2,8791047	2,9420647	3,0	3,0548047
	K_{2-T}	1,0162034	1,0759235	1,1394878	1,1912865	1,2060455	1,2319527	1,2517466	1,2621899	1,2827717	1,2915379	1,2945301	1,2983322	1,2950551	1,2855608	1,2706756	1,2511742	1,2277683	1,201101	1,1717449	1,1402024	1,1069098	1,0722414	1,0365682
	K_{2-F}	1,0097199	1,0455135	1,0835776	1,1145862	1,1234214	1,1389314	1,150783	1,1570366	1,1693629	1,1746136	1,176406	1,1786837	1,1767205	1,1710334	1,1621184	1,1504402	1,1364262	1,1204615	1,1028881	1,0840054	1,0640718	1,0433077	1,0219305

TABELA PRINCIPAL

Valores dos Fatores de Concentração de Tensões K_{Ni-T} , K_{EXP-T} , K_{Ni-F} , K_{EXP-F} Correspondentes aos $(l/D, t/D)$ Considerados

		D/4	100/99	20/19	20/18	20/17	6/5	20/16	13/10	20/15	20/14	3/2	20/13	20/12	20/11	20/10	20/9	20/8	20/7	20/6	20/5	20/4	20/3	20/2	20/1
ε/D	t/D	0,005	0,025	0,05	0,075	1/12	0,10	3/26	0,125	0,15	1/6	0,175	0,20	0,225	0,25	0,275	0,30	0,325	0,35	0,375	0,40	0,425	0,45	0,475	
0,10	TRACÃO	K _{N1}			2,7264407	3,0037973	3,0675934	3,1625501	3,2181606	3,2399021	3,2582109	3,2453981	3,2328482	3,1748925	3,0921856	2,9897538	2,8699468	2,7324416	2,5741769	2,3892526					
		K _{N2-T}	1,2702292	1,1351066	2,6415034	2,8345324	2,8768534	2,9380415	2,9723477	2,9850221	2,9924782	2,9805445	2,9702882	2,9245898	2,8593315	2,7770646	2,6793729	2,56711	2,4405161	2,2992479	2,1423263	1,9679763	1,7732934	1,5535669	1,3008042
		K _{N3-T}	1,2502846	2,1062826	2,6067651	2,8086814	2,8560876	2,930061	2,9787752	3,0014999	3,0379771	3,0470587	3,047633	3,0350511	3,0027059	2,9516583	2,8818935	2,7924646	2,681518	2,5462425	2,3827829	2,1862044	1,9507363	1,6709805	1,34635
		K _{EXP-T}																							
		K _{N2-F}	1,2533865	1,9874731	2,325831	2,3989042	2,409193	2,4161931	2,4109099	2,4032792	2,3716405	2,3431227	2,3270544	2,2727054	2,2104213	2,1412435	2,0657099	1,983997	1,895984	1,8012632	1,699103	1,5883462	1,4672027	1,3328201	1,1803023
		K _{N3-F}	1,8347047	2,2851167	2,3838604	2,3977197	2,4077508	2,4017843	2,3925728	2,3541497	2,3197726	2,3005444	2,2362724	2,1640299	2,085493	2,0017204	1,9133663	1,8207948							
0,15	TRACÃO	K _{N1}				2,5744867	2,6241323	2,6967495	2,7376205	2,7525541	2,7602875	2,7451404	2,7325961	2,6785841	2,6046764	2,5149623	2,4113089	2,2933641	2,1585037	2,0017487					
		K _{N2-T}	1,1759183	1,7800296	2,2522283	2,4519965	2,481691	2,5226345	2,5431501	2,5492052	2,5454616	2,5301666	2,5192997	2,4755796	2,4174112	2,3468081	2,2650439	2,172852	2,0705346	1,9580099	1,83481	1,7000269	1,5521862	1,3890022	1,2068987
		K _{N3-T}	1,1547657	1,7562447	1,2358102	2,4508044	2,4876905	2,5443506	2,5805079	2,5967037	2,6199605	2,6226907	2,6207152	2,602709	2,568009	2,5175906	2,4516399	2,369716	2,27084	2,1535568	2,0160158	1,8561478	1,6721002	1,4633233	1,2334123
		K _{EXP-T}					2,65		2,755		2,785					2,58									
		K _{N2-F}	1,1589891	1,6567122	1,9867199	2,0839138	2,0890448	2,0895584	2,0815661	2,0734758	2,0440624	2,0192073	2,005506	1,9600864	1,909102	1,8532913	1,7930404	1,7284895	1,6595832	1,5860863	1,5075723	1,4233791	1,3325193	1,2335062	1,1239993
		K _{N3-F}		1,4630814	1,8505839	1,9804258	1,9902446	1,9973514	1,9931243	1,9865983	1,9593765	1,9350214	1,9213987	1,8758639	1,8246821	1,7690409	1,7096904	1,6470941	1,5815098	1,5130282	1,4415785	1,3668972			
1/6	TRACÃO	K _{N1}					2,5228754	2,5903918	2,6278973	2,6412764	2,6465951	2,630915	2,618372	2,5652605	2,493362	2,4065517	2,3065866	2,1931081	2,0635918	1,9132688					
		K _{N2-T}	1,1567177	1,7010551	2,1490016	2,3598942	2,3912253	2,4276453	2,4451287	2,4497548	2,4436928	2,4278038	2,4168872	2,3738963	2,3176318	2,2499802	2,17214	2,0848134	1,988311	1,8826017	1,7673187	1,6417228	1,5046094	1,3541277	1,1874353
		K _{N3-T}	1,1355698	1,678067	2,13667	2,3638109	2,4024595	2,4550299	2,4882189	2,502873	2,523026	2,52429	2,5217376	2,5025666	2,4675	2,417508	2,3528377	2,2731767	2,1777521	2,0654083	1,934708	1,7841277	1,6124872	1,419942	1,2104413
		K _{EXP-T}					2,545		2,65		2,665					2,465									
		K _{N2-F}	1,1397569	1,5836152	1,8975648	2,0087829	2,0165039	2,0157189	2,0072601	1,9991525	1,9704507	1,9465504	1,9334444	1,8902126	1,8419367	1,7892888	1,7326221	1,6720686	1,6075865	1,5389768	1,4658753	1,3877194	1,3036746	1,2125163	1,1123362
		K _{N3-F}		1,3935056	1,7484575	1,8022277	1,905417	1,911915	1,90805	1,902083	1,8771931	1,8549243	1,8424687	1,8008345	1,7540371	1,7031623	1,648896	1,5916618	1,5316957	1,4690805	1,4037514	1,3354675			
0,20	TRACÃO	K _{N1}						2,4190772	2,4511617	2,4620369	2,4634661	2,4469275	2,4343865	2,3827255	2,3340632	2,2319303	2,1379062	2,0316218	1,9107132	1,7707505					
		K _{N2-T}	1,127613	1,5777558	1,9756171	2,1930771	2,2327555	2,2746074	2,2873504	2,2897725	2,2802505	2,2635969	2,2526979	2,2111767	2,1582728	2,095662	2,0244183	1,9451879	1,858288	1,7637581	1,6613764	1,5506452	1,4307399	1,3004071	1,1577762
		K _{N3-T}	1,1068478	1,5559867	1,9694046	2,2053381	2,2522593	2,3101224	2,3384688	2,3506145	2,3657523	2,3646862	2,3612336	2,3403311	2,304911	2,2559441	2,1937824	2,1183228	2,0291161	1,9254617	1,8065287	1,6715581	1,5202557	1,3536079	1,1757503
		K _{EXP-T}					2,36		2,47		2,47					2,295									
		K _{N2-F}	1,1107213	1,4702671	1,7489644	1,8736922	1,8903352	1,8976197	1,8885621	1,880513	1,8531551	1,8309058	1,8188102	1,7792401	1,7354422	1,6879846	1,6371686	1,5831133	1,5257972	1,4650749	1,4006755	1,3321819	1,2589881	1,1802167	1,0945657
		K _{N3-F}		1,2949687	1,5897848	1,7415618	1,7646149	1,7809986	1,7776886	1,7725782	1,7512616	1,7321897	1,7215222	1,6858651	1,645786	1,602215	1,5557392	1,5067217	1,4553644	1,4017383	1,3457881	1,2873072			
3/13	TRACÃO	K _{N1}							2,3233006	2,3323644	2,3309797	2,31382	2,3012805	2,2506688	2,1843478	2,1055988	2,0158728	1,914793	1,8001118	1,6676443					
		K _{N2-T}	1,1079692	1,4924089	1,8472318	2,0597857	2,1031207	2,1563411	2,1733883	2,1745122	2,1625498	2,1455233	2,1347275	2,0945388	2,0443278	1,9856138	1,9193761	1,8462156	1,7664475	1,6801522	1,5871968	1,4872513	1,3796613	1,263585	1,1376808
		K _{N3-T}	1,0878495	1,4716362	1,8449615	2,0778105	2,128469	2,1972175	2,2292998	2,2396225	2,2511549	2,2484554	2,2443896	2,2223974	2,1869623	2,1390595	2,0791188	2,0071849	1,9230287	1,826249	1,7163959	1,5931658	1,4567491	1,3085107	1,1524723
		K _{EXP-T}					2,205		2,335		2,33					2,17									
		K _{N2-F}	1,0913241	1,3927078	1,6401985	1,7668767	1,7881502	1,8072057	1,8036273	1,7956965	1,7694821	1,7485238	1,7377203	1,7003969	1,6599329	1,6163059	1,5697813	1,5204685	1,4683587	1,4133418	1,3552071	1,293631	1,2281282	1,1580979	1,082526
		K _{N3-F}		1,2341904	1,4829372	1,6297215	1,6569132	1,6855793	1,6886205	1,6840954	1,6652202	1,6483326	1,6388869	1,6073135	1,5718247	1,5332458	1,4920909	1,4486873	1,4032119	1,3557276	1,3061853	1,2544021			
0,30	TRACÃO	K _{N1}																							
		K _{N2-T}																							
		K _{N3-T}																							
		K _{EXP-T}																							
		K _{N2-F}																							
		K _{N3-F}																							

		t/d	100/99	20/19	20/18	20/17	6/5	20/16	15/10	20/15	20/14	3/2	20/13	20/12	20/11	20/10	20/9	20/8	20/7	20/6	20/5	20/4	20/3	20/2	20/1
s/d	t/d		0,005	0,025	0,05	0,075	1/12	0,10	3/26	0,125	0,15	1/6	0,175	0,20	0,225	0,25	0,275	0,30	0,325	0,35	0,375	0,40	0,425	0,45	0,475
0,25	TRAÇÃO	K _{N1}								2,2637783	2,2609053	2,243417	2,2308783	2,1808216	2,115739	2,0387798	1,9513271	1,8530001	1,7426127	1,6131096					
		K _{N2-T}	1,0980673	1,4488266	1,7791964	1,9858515	2,0301329	2,08787	2,1108647	2,1133904	2,1005515	2,0834006	2,0726956	2,0333175	1,9846315	1,9280724	1,8645678	1,7946925	1,7187582	1,6368629	1,5489142	1,4546311	1,3535245	1,2448518	1,1275329
		K _{N3-T}	1,078439	1,4286784	1,7788202	2,0066995	2,0583755	2,1314497	2,160014	2,1806492	2,1902964	2,1867618	2,1823904	2,1598962	2,1245556	2,0773466	2,0187391	1,9488527	1,8675677	1,7746278	1,6697621	1,5528714	1,4243498	1,2856922	1,1407904
	FLEXÃO	K _{EXP-T}					2,13	2,26					2,255				2,105								
		K _{N2-F}	1,0816609	1,3535341	1,5831435	1,7081548	1,7311021	1,7552518	1,7573525	1,7512508	1,7257057	1,7054659	1,694571	1,6592685	1,6206011	1,579026	1,5347899	1,487997	1,4386447	1,3866398	1,3318007	1,2738489	1,2123857	1,1468506	1,0764464
		K _{N3-F}		1,205556	1,4300617	1,5710042	1,599271	1,632647	1,6415801	1,6391001	1,6214664	1,6056896	1,5968851	1,5673685	1,5342138	1,4981705	1,4597243	1,4191756	1,3766913	1,3323302	1,2860464	1,2376692			
	K _{EXP-F}					1,81	1,84					1,785				1,64									
0,30	TRAÇÃO	K _{N1}									2,1113811	2,0931919	2,0806549	2,0317824	1,9693422	1,896202	1,8136002	1,7211471	1,6167879	1,4967439					
		K _{N2-T}	1,0781089	1,3599897	1,6357449	1,8227759	1,8666143	1,9297438	1,9626606	1,9727694	1,9690604	1,9518415	1,9414266	1,9040576	1,8588845	1,807158	1,7496915	1,6869998	1,6193795	1,5469558	1,4697082	1,3874783	1,2999651	1,2067047	1,1070299
		K _{N3-T}	1,0599195	1,3415189	1,6389315	1,8488098	1,9001904	1,9783188	2,0248874	2,0433338	2,0599777	2,0547572	2,0497928	2,0264493	1,9915987	1,9462231	1,8908724	1,8258134	1,7511374	1,6668594	1,5730318	1,4699051	1,3581874	1,2395056	1,1173471
	FLEXÃO	K _{EXP-T}					1,955	2,09					2,115				1,96								
		K _{N2-F}	1,0625643	1,2750043	1,4645957	1,5802653	1,6048208	1,6365455	1,648701	1,6495682	1,6336105	1,6149931	1,6050462	1,5730532	1,538297	1,5011577	1,4618429	1,4204454	1,3769736	1,3313667	1,2834988	1,2331753	1,1801211	1,1239575	1,0641623
		K _{N3-F}			1,3272036	1,4499515	1,4780389	1,5169219	1,5352615	1,5397132	1,5322475	1,5187356	1,511178	1,4859159	1,457521	1,4266522	1,3937254	1,3589979	1,3226127	1,2846202	1,244981	1,203549			
	K _{EXP-F}					1,665	1,715					1,68													

	I/D	100/99	20/19	20/18	20/17	6/5	20/16	13/10	20/15	20/14	3/2	20/13	20/12	20/11	20/10	20/9	20/8	20/7	20/6	20/5	20/4	20/3	20/2	20/1	
L/D	L/D	0,005	0,025	0,05	0,075	1/12	0,10	3/26	0,125	0,15	1/6	0,175	0,20	0,225	0,25	0,275	0,30	0,325	0,35	0,375	0,40	0,425	0,45	0,475	
0,45	TRAÇÃO	K _{N1}												1,6878786	1,622081	1,5488054	1,4676456	1,3767989	1,2730185						
		K _{N2-T}	1,0447456	1,2088891	1,3789263	1,5085973	1,5429798	1,5991019	1,6368352	1,6540878	1,678715	1,6810749	1,6786625	1,6593852	1,6256905	1,58422	1,539157	1,4908808	1,4396312	1,385545	1,3286778	1,2690171	1,2064886	1,1409563	1,0722191
		K _{N3-T}	1,0308654	1,1951978	1,3867272	1,5394122	1,5810749	1,6509789	1,7004553	1,7245455	1,7649967	1,7761825	1,7776157	1,7674121	1,7388227	1,6986233	1,6513536	1,597484	1,5373914	1,4714361	1,4000428	1,3238009	1,2436068	1,1608943	1,07808
	FLEXÃO	K _{EXP-T}																							
		K _{N2-F}	1,032647	1,1481482	1,2612521	1,3426038	1,3632487	1,3957133	1,4161711	1,4248097	1,4344534	1,4322617	1,429033	1,4124171	1,3878022	1,3593739	1,3296088	1,2985757	1,2662955	1,232752	1,1978973	1,1616534	1,1239108	1,084524	1,0433029
		K _{N3-F}		1,1724101	1,2496262	1,2703664	1,3042789	1,3270455	1,3374298	1,3522802	1,3539067	1,3526612		1,3422385	1,3241406	1,3022709	1,2789433	1,2543398	1,2285619	1,2016453	1,1735621	1,1442086			
0,50	TRAÇÃO	K _{N1}														1,5594901	1,488344	1,4097628	1,3220014	1,2219345					
		K _{N2-T}	1,0382146	1,1789342	1,3263225	1,4410896	1,4721636	1,52393	1,560018	1,5772318	1,6045671	1,6104014	1,6100728	1,5979264	1,571991	1,5356299	1,4935332	1,4486342	1,4011547	1,3512266	1,2989122	1,2442171	1,1870965	1,1274572	1,0651572
		K _{N3-T}	1,0255569	1,1665278	1,3345807	1,4716204	1,5097195	1,5747083	1,6219527	1,6456059	1,687665	1,7015926	1,70476	1,7007627	1,6792708	1,6434957	1,5984445	1,5474966	1,4910659	1,4295544	1,3634245	1,2932849	1,2200109	1,1449339	1,0702067
	FLEXÃO	K _{EXP-T}																							
		K _{N2-F}	1,0272398	1,1245216	1,2216199	1,29356	1,3123475	1,3427324	1,3629123	1,3720298	1,3846677	1,3854411	1,3838771	1,3726466	1,3535712	1,3287979	1,3012119	1,2725216	1,2427489	1,2118843	1,1798924	1,1467134	1,1122631	1,0764301	1,0390706
		K _{N3-F}		1,1452415	1,2121211	1,2305282	1,2613596	1,2829579	1,2933053	1,3099832	1,3139257	1,3140517	1,3082296	1,2949813	1,2763774	1,2550481	1,2325522	1,2089826	1,1843717	1,1586942	1,1318553				
0,55	TRAÇÃO	K _{N1}														1,4363272	1,3599645	1,2748576	1,1779855						
		K _{N2-T}	1,0329724	1,154795	1,2835458	1,3854641	1,41351	1,4609677	1,4949595	1,5116712	1,5400991	1,5481705	1,5492986	1,5424737	1,5227103	1,4928029	1,4551704	1,4131912	1,3						

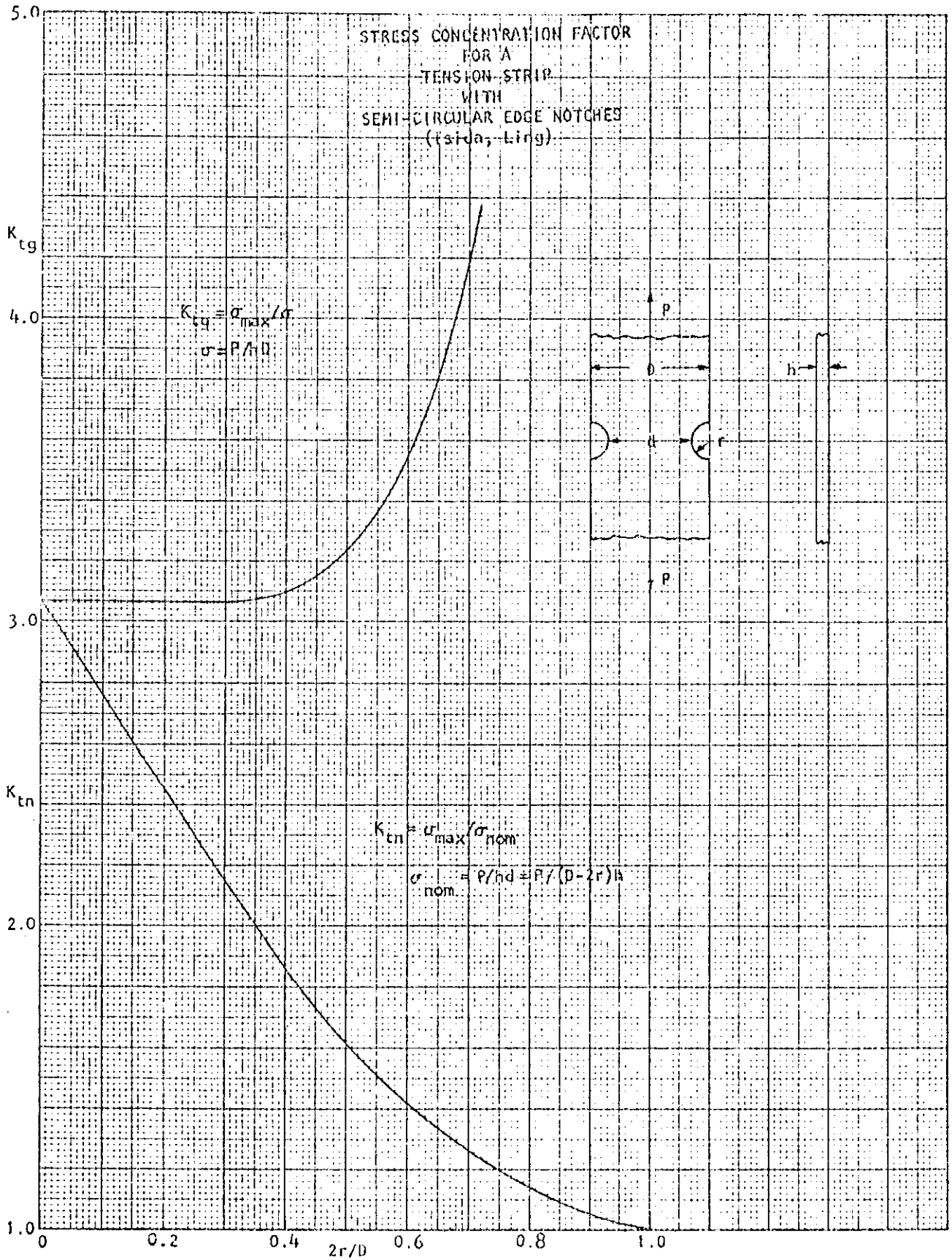
TABELA DAS DIFERENÇAS PERCENTUAIS ENTRE OS VALORES DOS K_{Ni} e K_{EXP} CORRESPONDENTES

t/D	l/D	TRAÇÃO SIMPLES							FLEXÃO PURA				
		K_{EXP-T}	K_{N1}	$\% \Delta K_{N1}$	K_{N2-T}	$\% \Delta K_{N2-T}$	K_{N3-T}	$\% \Delta K_{N3-T}$	K_{EXP-F}	K_{N2-F}	$\% \Delta K_{N2-F}$	K_{N3-F}	$\% \Delta K_{N3-F}$
1/12	0,10	...	3,0675934	2,8768534	...	2,8560876	...	2,535	2,409193	-4,9628	2,3977197	-5,4154
	0,15	2,65	2,6241323	-0,9761	2,481691	-6,3513	2,4876905	-6,1249	2,185	2,0890448	-4,3915	1,9902446	-8,9133
	1/6	2,545	2,5228754	-0,8693	2,3912253	-6,0422	2,4024595	-5,6008	2,11	2,0165039	-4,4311	1,905417	-9,6959
	0,20	2,36	2,2327555	-5,3917	2,2522593	-4,5653	1,985	1,8903352	-4,7690	1,7646149	-11,1025
	3/13	2,205	2,1031207	-4,6204	2,128469	-3,4708	1,875	1,7881502	-4,6320	1,6569132	-11,6313
	0,25	2,13	2,0301329	-4,6886	2,0583755	-3,3627	1,81	1,7311021	-4,3590	1,599271	-11,6425
	0,30	1,955	1,8666143	-4,5210	1,9001904	-2,8036	1,665	1,6048208	-3,6144	1,4780388	-11,2289
	1/3	1,86	1,7759143	-4,5207	1,8116749	-2,5981	1,58	1,5358515	-2,7942	1,4155274	-10,4097
	0,35	1,82	1,7352592	-4,6561	1,7717945	-2,6487	1,545	1,5052261	-2,5744	1,3886033	-10,1228
3/26	0,40	1,629241	...	1,6671121	1,4263137	...	1,3215655	...
	0,10	...	3,2181606	...	2,9723477	...	2,9787752	...	2,6	2,4109099	-7,2727	2,4017843	-7,6237
	0,15	2,755	2,7376205	-0,6308	2,5431501	-7,6897	2,5805079	-6,3336	2,185	2,0815661	-4,7338	1,9931243	-8,7815
	1/6	2,65	2,6278973	-0,8341	2,4451287	-7,7310	2,4882189	-6,1049	2,105	2,0072601	-4,6432	1,90805	-9,3563
	0,20	2,47	2,4511617	-0,7627	2,2873504	-7,3947	2,3384688	-5,3251	1,985	1,8885621	-4,8583	1,7776886	-10,4439
	3/13	2,335	2,3233006	-0,5010	2,1733883	-6,9213	2,2292998	-4,5268	1,89	1,8036273	-4,5700	1,6886205	-10,6550
	0,25	2,26	2,1108647	-6,5989	2,169014	-4,0259	1,84	1,7573525	-4,4917	1,6415801	-10,7837
	0,30	2,09	1,9626606	-6,0928	2,0248874	-3,1154	1,715	1,648701	-3,8658	1,5352615	-10,4804
	1/3	2,0	1,8756379	-6,2181	1,9393638	-3,0318	1,64	1,5856655	-3,3131	1,4762322	-9,9858
	0,35	1,955	1,8355302	-6,1110	1,8996978	-2,8288	1,61	1,5568243	-3,3028	1,4498705	-9,9459
	0,40	1,84	1,7277888	-6,0984	1,7922714	-2,5939	1,515	1,4800696	-2,3056	1,3816757	-8,8003

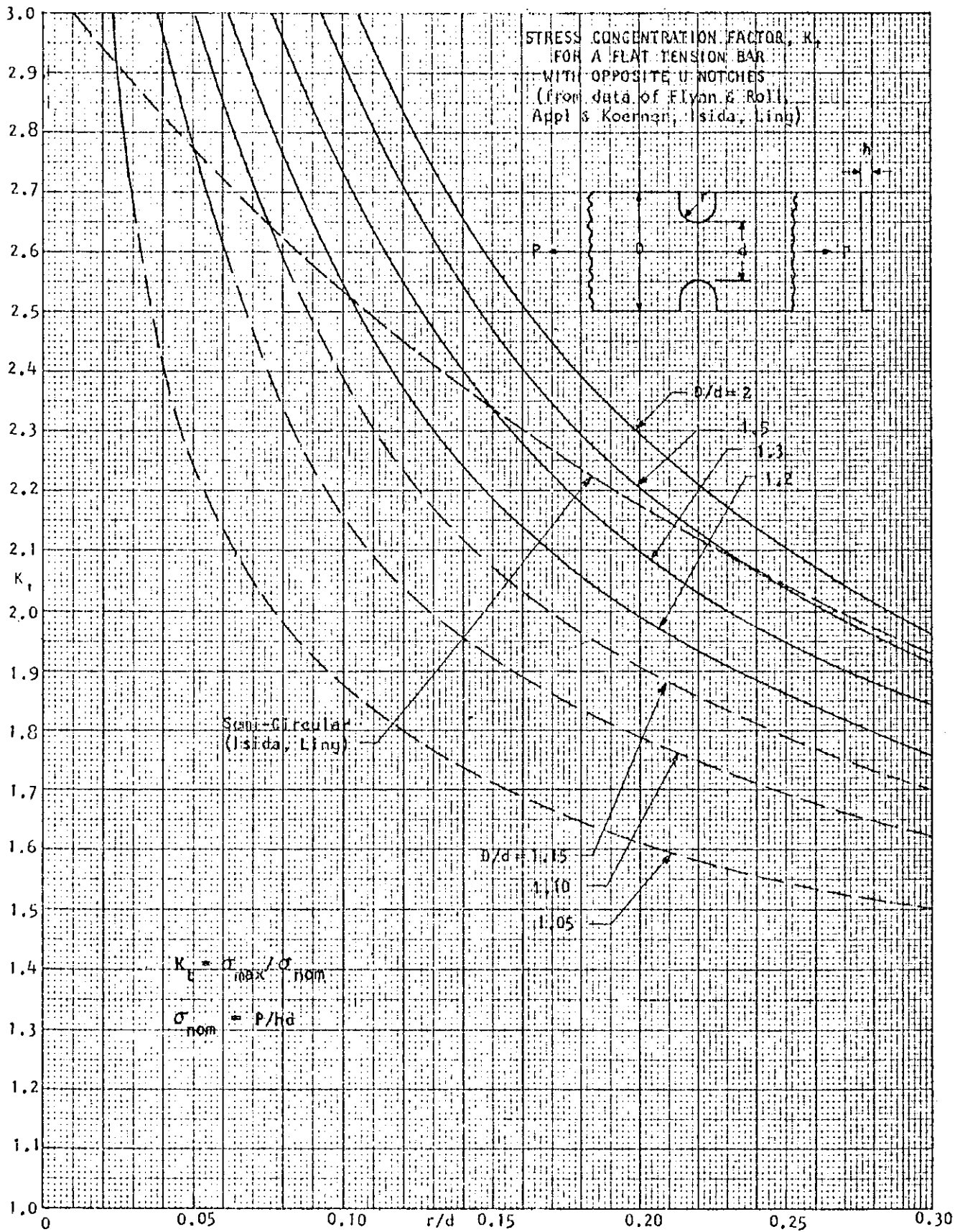
TABELA DAS DIFERENÇAS PERCENTUAIS ENTRE OS VALORES DOS K_{Ni} e K_{EXP} CORRESPONDENTES (Final)

t/D	ℓ/D	TRAÇÃO SIMPLES							FLEXÃO PURA				
		K_{EXP-T}	K_{N1}	% ΔK_{N1}	K_{N2-T}	% ΔK_{N2-T}	K_{N3-T}	% ΔK_{N3-T}	K_{EXP-F}	K_{N2-F}	% ΔK_{N2-F}	K_{N3-F}	% ΔK_{N3-F}
1/6	0,10	...	3,2453981	...	2,9805445	...	3,0470587	...	2,525	2,3431227	-7,2031	2,3197726	-8,1278
	0,15	2,785	2,7451404	-1,4312	2,5301666	-9,1502	2,6226907	-5,8280	2,125	2,0192073	-4,9785	1,9350214	-8,9402
	1/6	2,665	2,630915	-1,2790	2,4278038	-8,9004	2,52429	-5,2799	2,045	1,9465504	-4,8142	1,8549243	-9,2947
	0,20	2,47	2,4469275	-0,9341	2,2635969	-8,3564	2,3646862	-4,2637	1,92	1,8309058	-4,6403	1,7321897	-9,7818
	3/13	2,33	2,31382	-0,6944	2,1455233	-7,9175	2,2484554	-3,4998	1,835	1,7485238	-4,7126	1,6483326	-10,1726
	0,25	2,255	2,243417	-0,5137	2,0834006	-7,6097	2,1867618	-3,0261	1,785	1,7054659	-4,4557	1,6056896	-10,0454
	0,30	2,115	2,0931919	-1,0311	1,9518415	-7,7143	2,0547572	-2,8484	1,68	1,6149931	-3,8695	1,5187356	-9,5991
	1/3	2,04	2,0124223	-1,3518	1,8818154	-7,7541	1,983673	-2,7611	1,625	1,5672614	-3,5531	1,474299	-9,2739
	0,35	2,005	1,8500661	-7,7274	1,951239	-2,6813	1,60	1,545724	-3,3923	1,4545714	-9,0893
	0,40	1,915	1,7608769	-8,0482	1,8593852	-2,9042	1,53	1,485587	-2,9028	1,4005404	-8,4614
1/4	0,10	...	2,9897538	...	2,7770646	...	2,9516583	...	2,275	2,1412435	-5,8794	2,085493	-8,3300
	0,15	2,58	2,5149623	-2,5208	2,3468081	-9,0384	2,5175906	-2,4190	1,955	1,8532913	-5,2025	1,7690409	-9,5120
	1/6	2,465	2,4065517	-2,3711	2,2499802	-8,7229	2,417508	-1,9266	1,885	1,7892888	-5,0775	1,7031623	-9,6466
	0,20	2,295	2,2319303	-2,7481	2,095662	-8,6858	2,2559441	-1,7018	1,77	1,6879846	-4,6336	1,602215	-9,4794
	3/13	2,17	2,1055988	-2,9678	1,9856138	-8,4971	2,1390595	-1,4258	1,685	1,6163059	-4,0768	1,5332438	-9,0063
	0,25	2,105	2,0387798	-3,1459	1,9280724	-8,4051	2,0773466	-1,3137	1,64	1,579026	-3,7179	1,4981705	-8,6481
	0,30	1,96	1,896202	-3,255	1,807158	-7,7981	1,9462231	-0,7029	1,55	1,5011577	-3,1511	1,4266522	-7,9579
	1/3	...	1,8195441	...	1,7433878	...	1,8762213	1,4603575	...	1,3901037	...
	0,35	...	1,7853906	...	1,715299	...	1,8451886	1,442447	...	1,3742564	...
	0,40	...	1,6960682	...	1,6428945	...	1,7646003	1,3964548	...	1,3340997	...

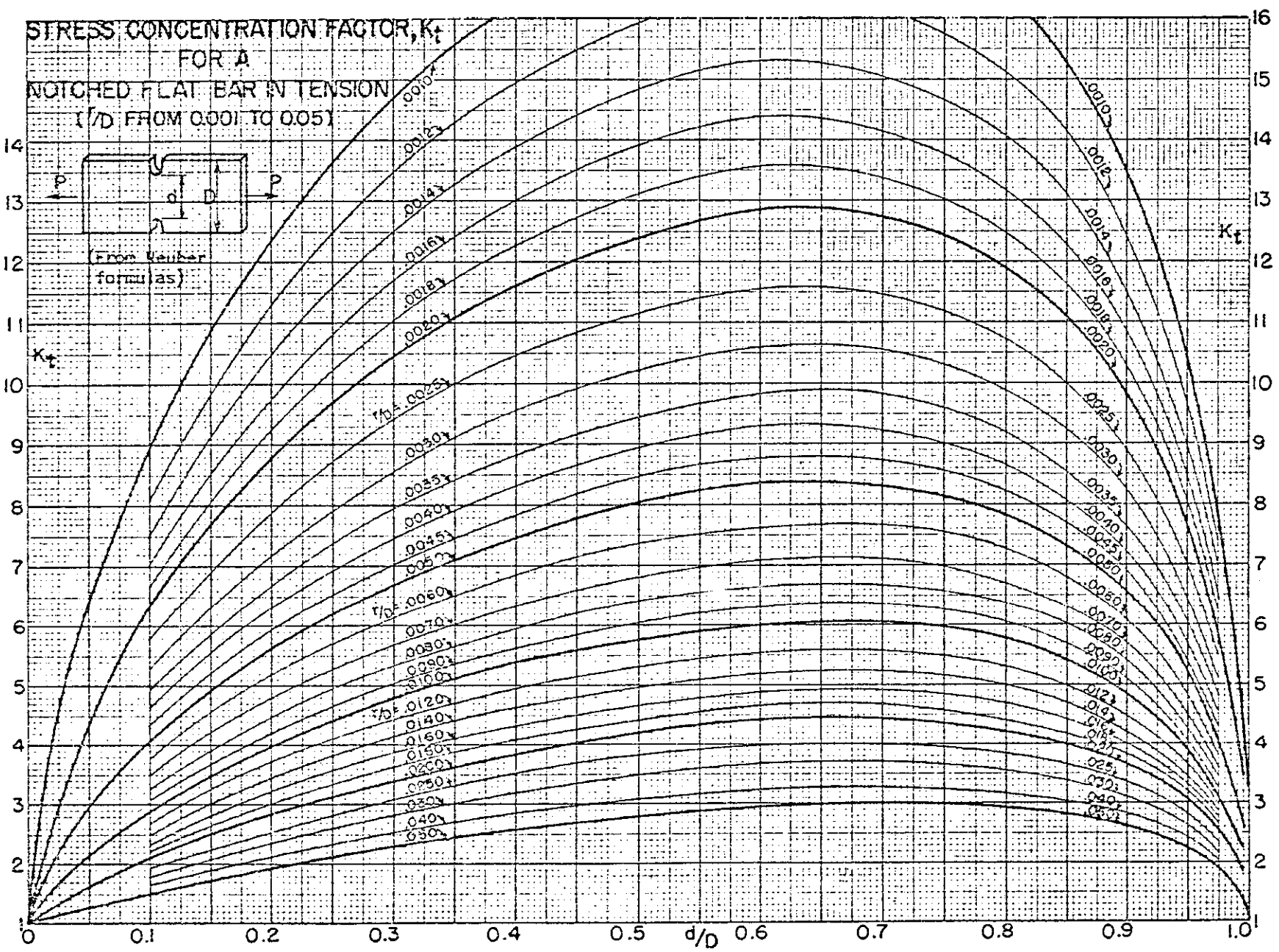
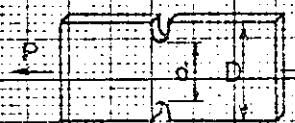
ABACO I



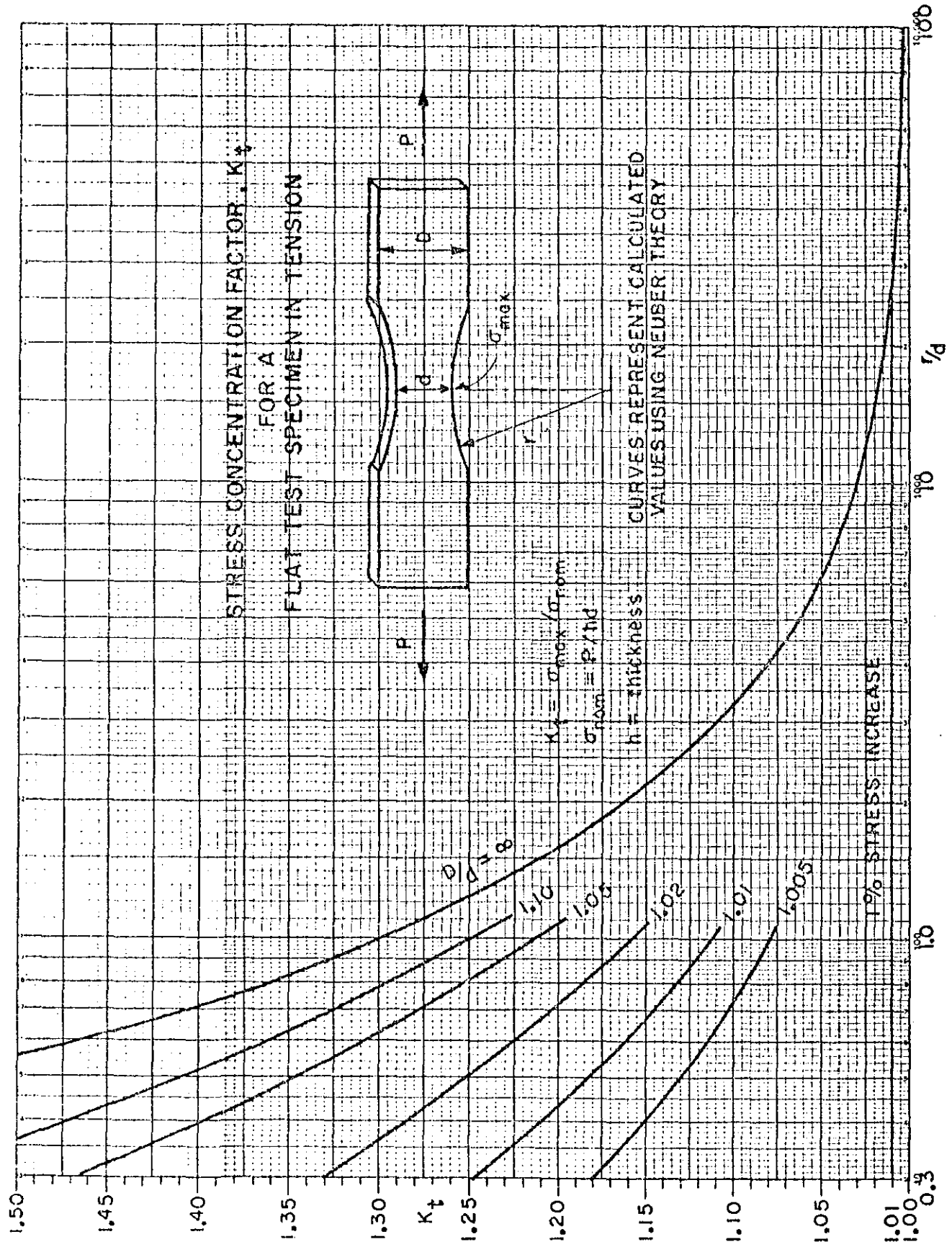
ABACO II



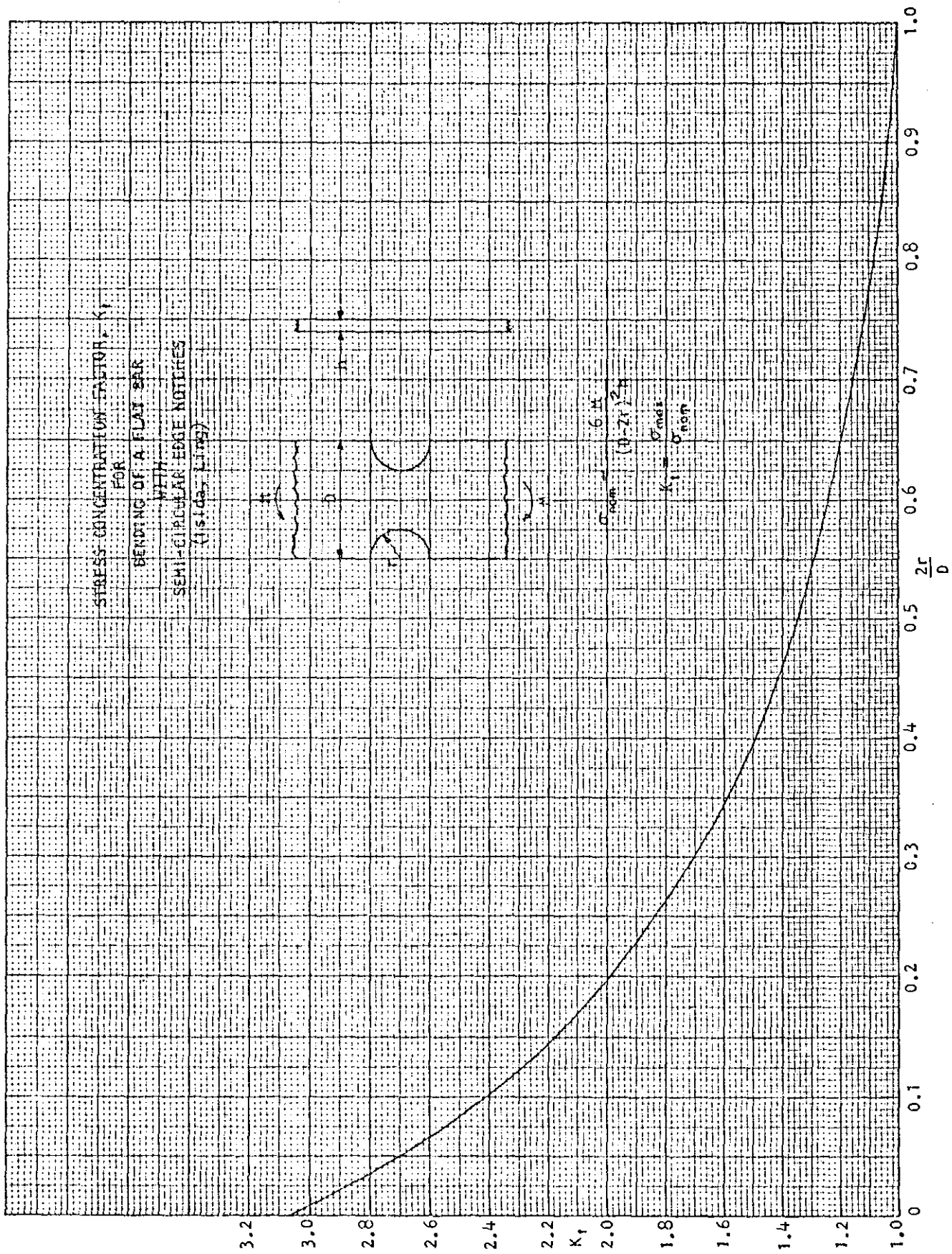
STRESS CONCENTRATION FACTOR, K_t
FOR A
NOTCHED FLAT BAR IN TENSION
(r/D FROM 0.001 TO 0.05)



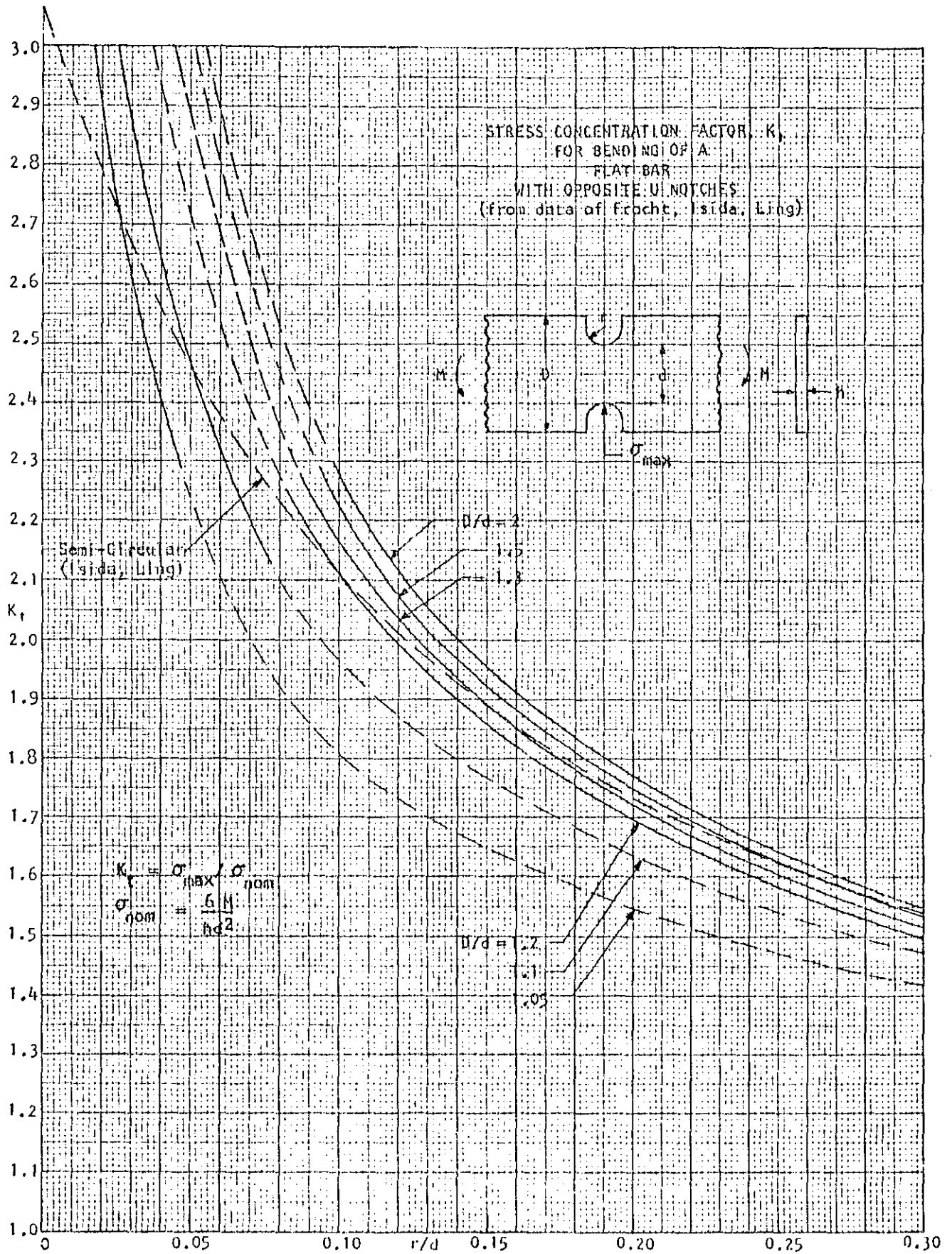
ABACO IV

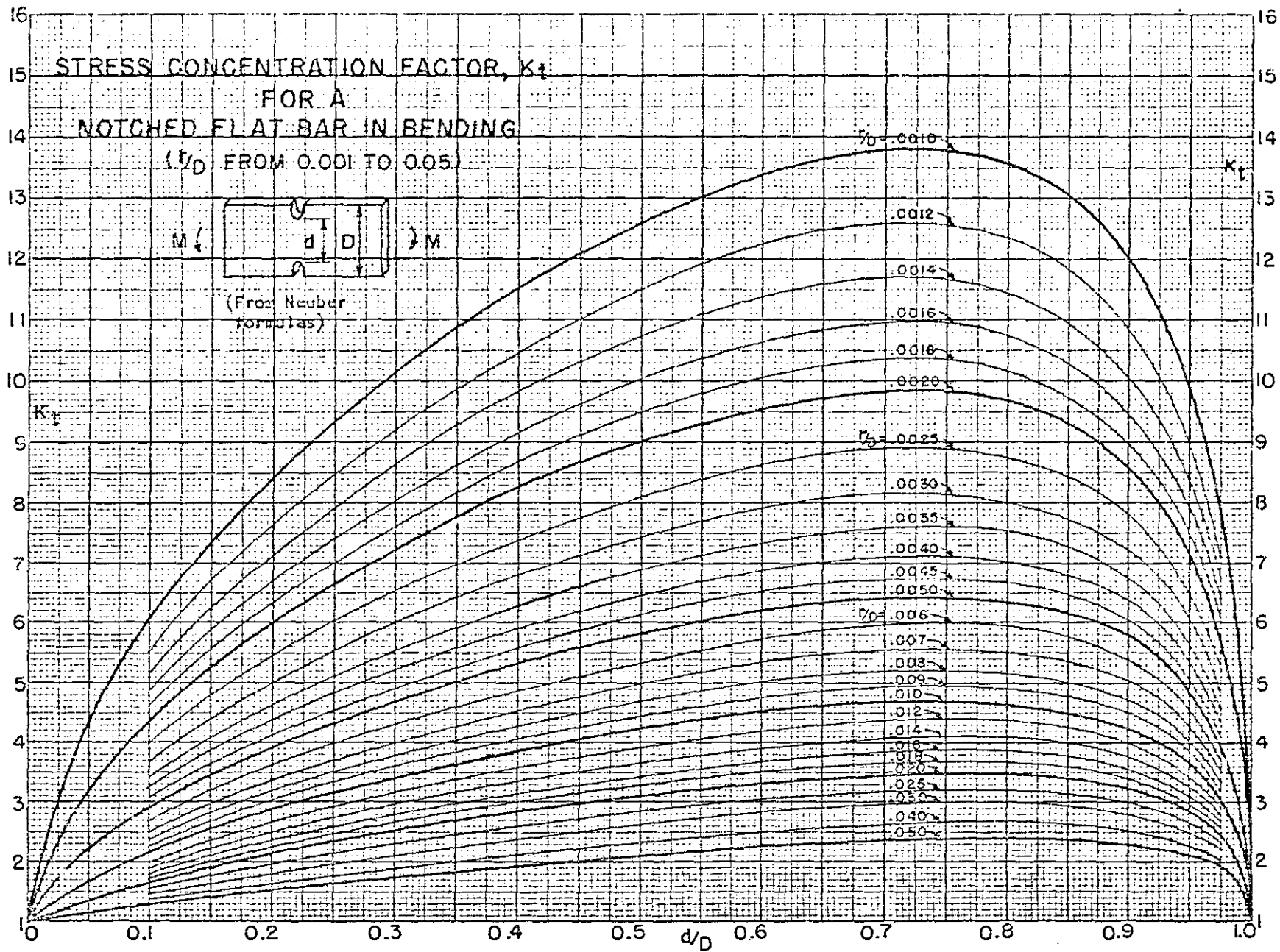


ABACO V

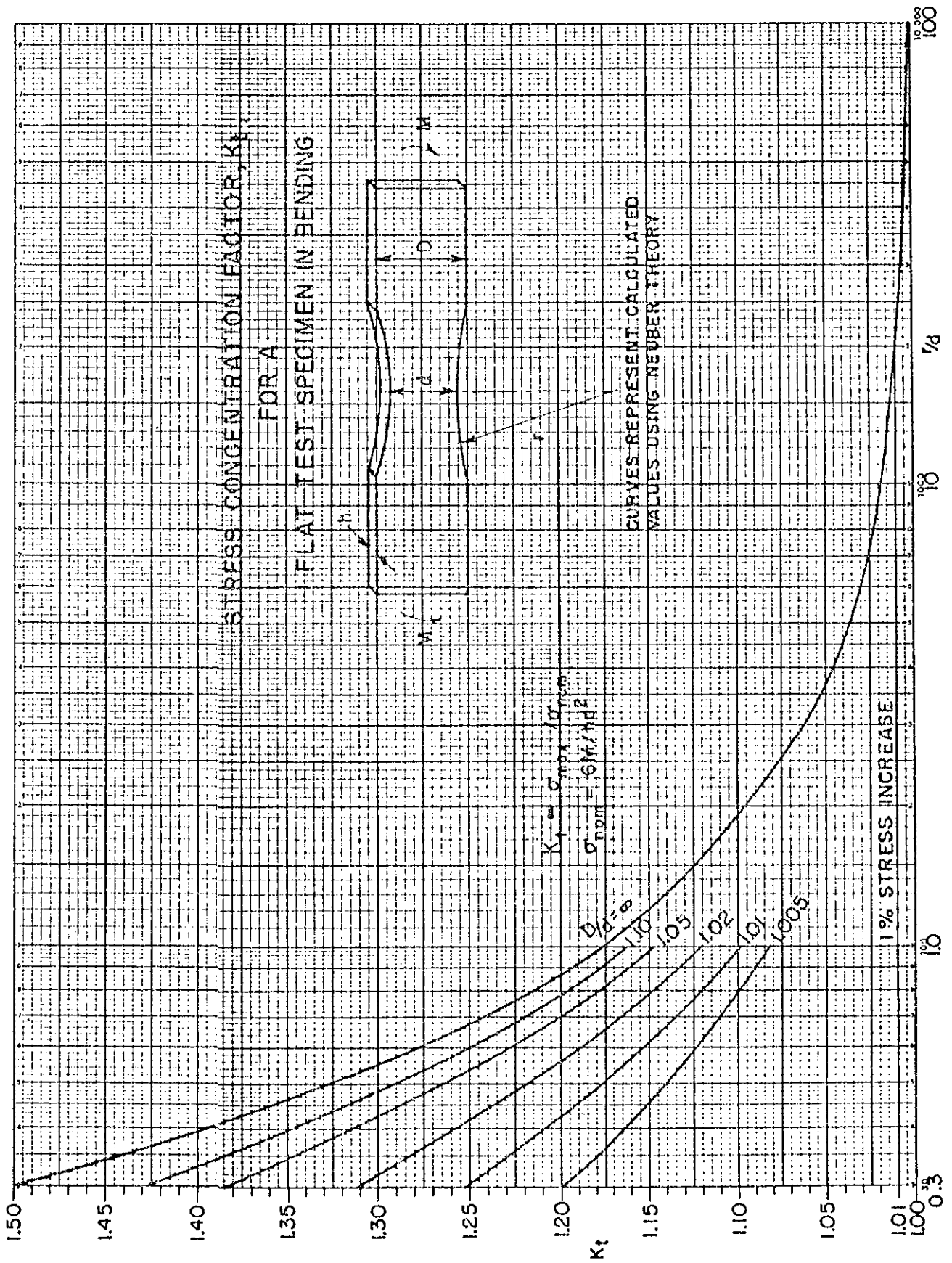


ABACO VI





ABACO VIII



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- | ¹ | PETERSON, R. E., *Stress Concentration Factors*, Wiley-Interscience, New York, 1974.

- | ² | PETERSON, R. E., *Stress Concentration Design Factors*, John Wiley & Sons, New York, 1953.

- | ³ | HEYWOOD, R. B., *Designing by Photoelasticity*, Chapman & Hall, London, 1952.

- | ⁴ | ROARK, R. J. and YOUNG, W. C., *Formulas for Stress and Strain*, 5th Edition, McGraw-Hill Kogakusha, Tokyo, 1975.

- | ⁵ | BORESI, A.P./SIDEBOTTOM, O.M./SEELY, F. B. and SMITH, J.O., *Advanced Mechanics of Materials*, 3rd Edition, John Wiley & Sons, U.S.A., 1978.

- | ⁶ | RICHARDS, C. W., *Engineering Materials Science*, Wadsworth Publishing Company, U.S.A., 1965.

- | ⁷ | FAIRES, V. M., *Elementos Orgânicos de Máquinas*, Volume 1, Tradução da 2^a Edição, Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1980.

- | ⁸ | TIMOSHENKO, S. P., *Resistência dos Materiais*, Vol. II, Tradução da 3^a Edição, Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1979.

- | ⁹ | TIMOSHENKO, S. P. e GOODIER, J. N., *Teoria da Elasticidade*, Tradução da 3.^a Edição, Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1980.

- | ¹⁰ | SLOT, T. and MOWBRAY, D. F., "A Note on Stress-Concentration Factors for Symmetric U-Shaped Notches in Tension Strips", *Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 36, Série E, Nº 4, pp. 882-884, December 1969.

- | ¹¹ | BARATTA, F. I., "Comparison of Various Formulae and Experimental Stress-Concentration Factors for Symmetrical U-Notched Plates", *Journal of Strain Analysis*, Vol. 7, Nº 2, pp. 84-86, 1972.

- | ¹² | BARATTA, F. I. and NEAL, D. M., "Stress-Concentration Factors in U-Shaped and Semi-Elliptical Edge Notches", *Journal of Strain Analysis*, Vol. 5, Nº 2, pp. 121-127, 1970.

- | ¹³ | LING, C-B., "On Stress-Concentration Factor in a Notched Strip", *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 35, Série E, Nº 4, pp. 833-835, December 1968.

- | ¹⁴ | APPL, F. J., "On Stress-Concentration Factor in a Notched Strip" (Discussion), *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 36, Série E, Nº 3, pp. 654, September 1969.

- | ¹⁵ | FLYNN, P. D. and ROLL, A. A., "A Re-examination of Stress in a Tension Bar with Symmetrical U-Shapped Grooves", *Experimental Mechanics, Journal of the Society for Experimental Stress Analysis*, Vol. 6, N° 2, pp. 93-98, February 1966.
- | ¹⁶ | FLYNN, P. D. and ROLL, A. A., "A Comparison of Stress-Concentration Factors in Hyperbolic and U-Shaped Grooves", *Experimental Mechanics, Journal of the Society for Experimental Stress Analysis*, Vol. 7, N° 6, pp. 272-275, June 1967.
- | ¹⁷ | LIEBOWITZ, H./VANDERVELT, H. and SANFORD, R. J., "Stress Concentration Due to Sharp Notches", *Experimental Mechanics, Journal of the Society for Experimental Stress Analysis*, Vol. 7, N° 12, pp. 513-517, December 1967.
- | ¹⁸ | LING, C-B., "On Stress Concentration at Semicircular Notch", *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 34, Série E, N° 2, pp.522, June 1967.